

УДК 519.863

***ГИБРИДНЫЙ АЛГОРИТМ КОЛОНИИ МУРАВЬЕВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ  
КОММИВОЯЖЁРА***

***Сапожников Н.А.***

*студент,*

*Российский университет транспорта (МИИТ),*

*Москва, Россия*

***Иванова А.П.***

*к.ф.-м.н., доцент,*

*Российский университет транспорта (МИИТ),*

*Москва, Россия*

**Аннотация:**

В статье рассматриваются эвристические и гибридные методы решения задачи коммивояжёра. Основное внимание уделено методу ближайшего соседа, алгоритму колонии муравьёв и алгоритму локальной оптимизации 2-opt. Также представлен гибридный подход, объединяющий эти методы для улучшения качества маршрутов и снижения времени вычислений. Проведены вычислительные эксперименты на случайно сгенерированных симметричных графах различной размерности, выполнено сравнение с эталонным алгоритмом LKH, для чего была написана программа на языке Python. Результаты показывают, что гибридный метод обеспечивает лучшее соотношение качества маршрута и времени работы по сравнению с использованием отдельных алгоритмов.

**Ключевые слова:** симметричная задача коммивояжера (TSP), метод ближайшего соседа, алгоритм колонии муравьёв, алгоритм 2-opt, алгоритм LKH, гибридный алгоритм.

## ***HYBRID ANT COLONY ALGORITHM FOR SOLVING THE TRAVELING SALESMAN PROBLEM***

***Sapozhnikov N.A.***

*student,*

*Russian University of Transport (MIIT),*

*Moscow, Russia*

***Ivanova A.P.***

*Ph.D., Associate Professor*

*Russian University of Transport (MIIT),*

*Moscow, Russia*

**Abstract:** This article examines heuristic and hybrid methods for solving the traveling salesman problem. The main focus is on the nearest-neighbor method, the ant colony algorithm, and the 2-opt local optimization algorithm. A hybrid approach is also presented, combining these methods to improve route quality and reduce computation time. Computational experiments were conducted on randomly generated symmetric graphs of various dimensions, and a comparison was made with the LKH reference algorithm using a Python program. The results show that the hybrid method provides a better trade-off between route quality and runtime compared to using individual algorithms.

**Keywords:** symmetric traveling salesman problem (TSP), nearest neighbor method, ant colony algorithm, 2-opt algorithm, LKH algorithm, hybrid algorithm.

Задача коммивояжёра (TSP) формулируется как задача поиска гамильтонова цикла минимальной длины в полном взвешенном графе. Она широко применяется в задачах маршрутизации и оптимизации и относится к классу NP-трудных, что делает невозможным эффективное применение точных методов при больших размерностях [1-4]. В связи с этим на практике используют

эвристические и гибридные алгоритмы, позволяющие получать качественные решения за приемлемое время. Рассмотрим основные из них.

Метод ближайшего соседа (МБС) является одной из простейших эвристик построения маршрута. Его суть заключается в последовательном выборе ближайшей ещё не посещённой вершины, начиная с произвольной стартовой точки. Данный метод обладает высокой скоростью работы, однако часто приводит к построению решений низкого качества, так как является жадным и не учитывает глобальную структуру маршрута [2, 3].

Алгоритм колонии муравьёв (АКМ) представляет собой вероятностный метод, основанный на моделировании поведения муравьёв, использующих феромоны для поиска коротких путей. В процессе работы множество агентов (муравьёв) строят маршруты, учитывая как длину рёбер, так и накопленный феромон. Вероятность перехода из вершины  $i$  в вершину  $j$  определяется выражением:

$$P_{ij} = \frac{\tau_{ij}^{\alpha} \cdot \eta_{ij}^{\beta}}{\sum_{k \in \text{allowed}} \tau_{ik}^{\alpha} \cdot \eta_{ik}^{\beta}},$$

где  $\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}$  – так называемая «видимость»,  $d_{ij}$  – длина ребра,  $\tau_{ij}$  – уровень феромона,  $\alpha$  и  $\beta$  – параметры, определяющие влияние феромона и расстояния. После построения маршрутов осуществляется обновление феромонов:

$$\tau_{ij} = (1 - \rho)\tau_{ij} + \Delta\tau_{ij},$$

где  $\rho$  – коэффициент испарения, а  $\Delta\tau_{ij}$  зависит от качества найденных решений. За счёт такого механизма происходит постепенная концентрация поиска в области более коротких маршрутов [3, 6, 7, 11].

Алгоритм 2-opt относится к методам локального поиска и применяется для сокращения длины уже построенного маршрута. Его идея заключается в последовательной проверке пар рёбер с последующей перестановкой их соединений, если это приводит к уменьшению длины пути. Процесс повторяется до тех пор, пока не перестанут находиться улучшения, что приводит к Дневник науки | [www.dnevniknauki.ru](http://www.dnevniknauki.ru) | СМИ Эл № ФС 77-68405 ISSN 2541-8327

достижению локального оптимума [7]. Для наглядности на рисунке 1 приведён пример маршрута с пересечением рёбер (а) и обновленного маршрута на том же графе после применения алгоритма 2-opt (б).

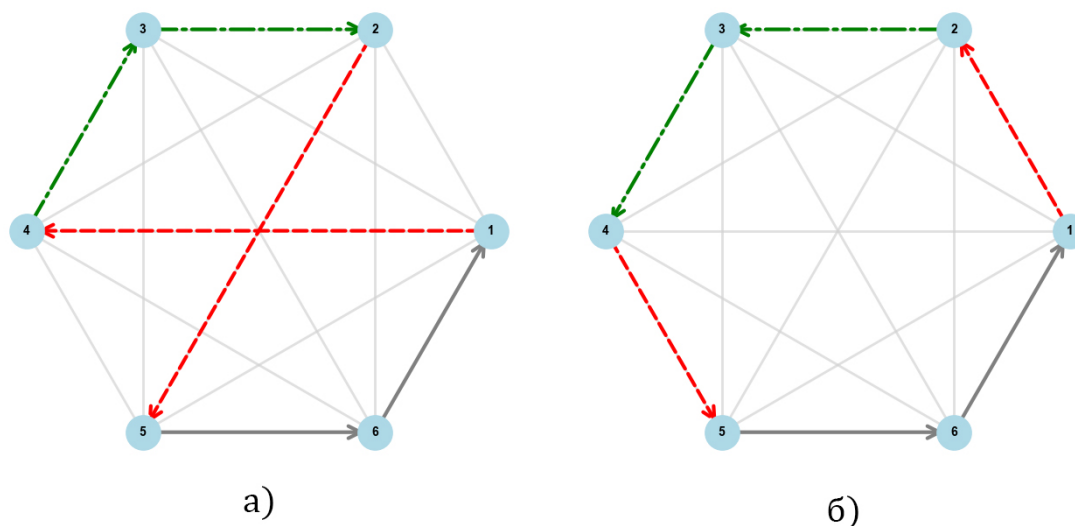


Рис. 1 – Иллюстрация работы алгоритма 2-opt. Авторская разработка

Также в работе рассматривается гибридный подход, объединяющий указанные методы. На первом этапе с помощью метода ближайшего соседа формируется начальный маршрут, который затем используется в алгоритме колонии муравьёв. На заключительном этапе применяется алгоритм 2-opt для дополнительного улучшения полученного решения. Такой подход позволяет объединить высокую скорость построения начального решения, адаптивность стохастического поиска и эффективность локальной оптимизации, что делает возможным получение более качественных маршрутов по сравнению с использованием отдельных алгоритмов.

Дополнительно в работе использовалась готовая реализация алгоритма Лина-Кернигана-Хелсгауна (ЛКН), представляющего собой один из наиболее эффективных эвристических методов решения задачи коммивояжёра. Данный алгоритм основан на обобщении k-opt преобразований, при которых происходит замена сразу нескольких рёбер маршрута с целью его улучшения. В отличие от

2-opt, где рассматриваются перестановки двух рёбер, в LKH значение  $k$  выбирается динамически [5, 8, 9]. Решения, полученные с помощью данного алгоритма, имеют отклонение менее 0.05% от оптимума для задач размерностью менее 1000 вершин, что делает LKH хорошим ориентиром для оценки качества получаемых результатов [8, 10]. Стоит отметить, что прямое сопоставление времени работы с авторскими реализациями не является корректным и носит лишь ознакомительный характер.

Для проведения экспериментов генерировались полные взвешенные графы на основе случайно заданных координат вершин. Координаты каждой вершины задавались как равномерно распределённые точки на плоскости. После генерации координат формировалась матрица расстояний, элементы которой вычислялись как евклидовы расстояния между соответствующими вершинами. Таким образом, рассматривалась классическая евклидова постановка задачи коммивояжёра.

На рисунках 2 и 3 приведено сравнение маршрутов, полученных классическим алгоритмом колонии муравьёв и предложенной гибридной системой на графе со 100 вершинами. Время работы алгоритмов в данном эксперименте оказалось сопоставимым, однако гибридный подход позволил сократить длину маршрута примерно на 10%, что демонстрирует эффективность комбинирования методов даже на сравнительно небольших размерностях задачи.

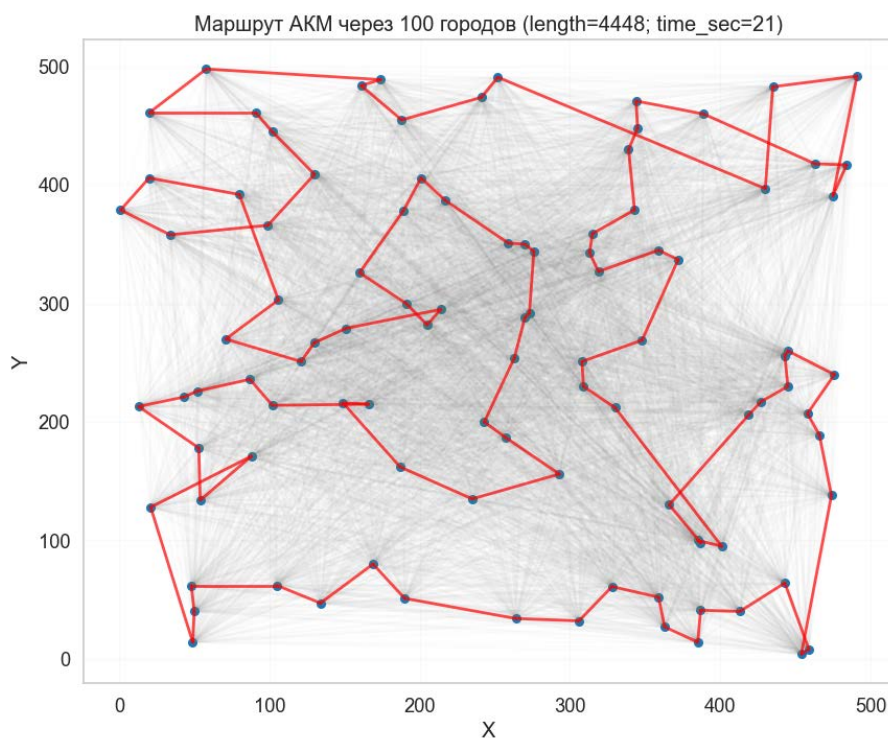


Рис. 2 – Маршрут алгоритма колонии муравьёв. Авторская разработка

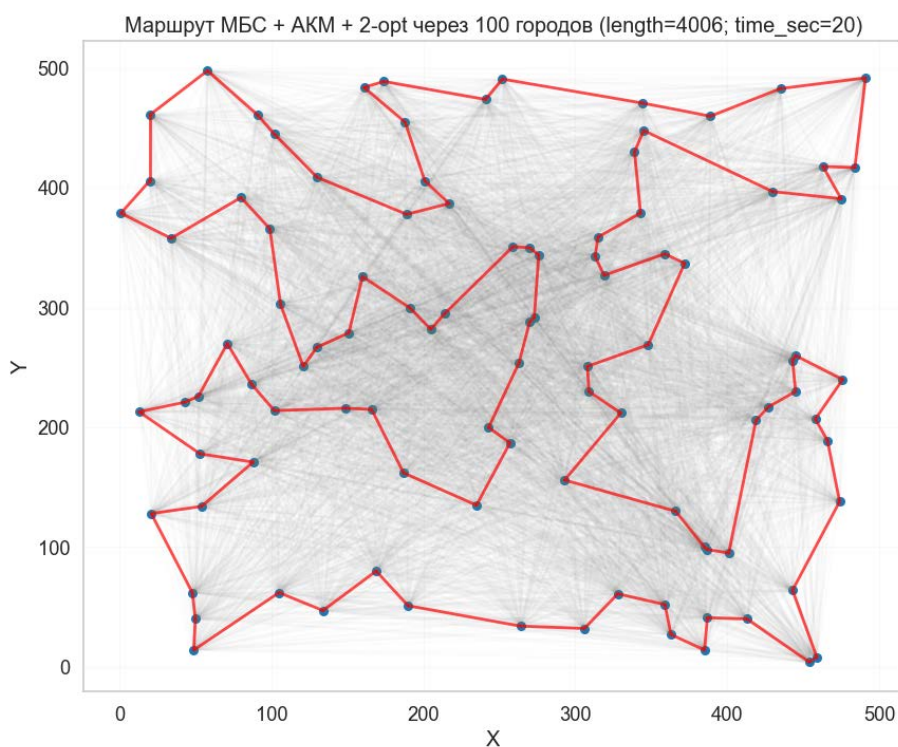


Рис. 3 – Маршрут гибридного метода. Авторская разработка

Вычислительная часть исследования направлена на получение статистически достоверных результатов и их последующий сравнительный

анализ. Эксперименты проводились на персональном компьютере со следующими характеристиками: процессор AMD Ryzen 5 3500U (2.10 GHz); оперативная память 8 ГБ; 64-разрядная операционная система. Все эксперименты проводились в одинаковых условиях, что обеспечило сопоставимость результатов.

В качестве тестовых примеров рассматривались полные симметричные графы различной размерности. Для каждой размерности генерировалось по 20 различных графов, что позволило усреднить результаты и снизить влияние конкретной геометрии расположения вершин. Генерация осуществлялась с возможностью воспроизводимости результатов. Для каждого графа последовательно запускались все рассматриваемые алгоритмы. Для алгоритма колонии муравьёв и гибридного подхода применялись одинаковые параметры, что обеспечило корректность сравнения.

Сводные результаты вычислительных экспериментов представлены в таблице 1. В данной таблице приведены усреднённые значения  $t$  – времени выполнения,  $L$  – длины маршрута,  $\Delta$  – процент отклонения от решения, полученного с помощью алгоритма ЛКН,  $n$  – количество городов (вершин графа). Данные позволяют оценить как качество решений, так и вычислительные затраты алгоритмов при увеличении размерности задачи.

Таблица 1 – Результаты тестирования алгоритмов на произвольных наборах исходных данных. Авторская разработка

$n$	Алгоритмы										
	Жадный (МБС)			Колонии муравьёв (АКМ)			Гибридный (МБС+АКМ+2-opt)			Лина-Кернигана-Хелсгауна (ЛКН)	
	$t$ , мс	$L$	$\Delta$ , %	$t$ , мс	$L$	$\Delta$ , %	$t$ , мс	$L$	$\Delta$ , %	$t$ , мс	$L$
10	0	166	22,68	240	145	11,84	107	146	12,76	1	130
20	0	466	26,1	1281	395	6,77	398	398	7,65	5	370
30	0	841	23,95	2674	711	4,87	1148	719	6,01	16	679
40	0	1269	27,75	5108	1052	6,06	2973	1049	5,74	49	992

50	1	1817	29,13	8679	1494	6,12	4955	1484	5,42	77	1408
60	1	2334	27,64	13383	1945	6,3	7571	1928	5,46	111	1829
70	1	2834	24,79	15602	2487	9,42	12669	2385	4,91	163	2273
80	1	3467	24,12	21577	3035	8,64	15527	2910	4,19	314	2793
90	1	4133	25,53	31267	3615	9,75	21329	3445	4,6	406	3293
100	1	5013	29,31	33877	4338	11,9	25651	4098	5,72	422	3877
110	2	5517	25,27	39303	4928	11,92	27825	4649	5,57	539	4404
120	2	6277	25,57	33194	5646	12,91	36409	5254	5,07	782	4999
130	3	7228	27,7	39325	6374	12,61	39551	5945	5,03	868	5659
140	2	7908	26,08	47133	7120	13,53	41669	6612	5,42	1152	6272
150	4	8712	24,94	53215	7938	13,86	47811	7317	4,94	1034	6971
200	3	13587	27,98	89372	12331	16,11	88820	11233	5,78	2772	10620
300	6	24701	27,8	245638	23251	20,29	173829	20676	6,98	6380	19328
500	17	52061	26,25	711659	51639	25,21	355721	44155	7,07	25864	41240

Далее рассматривается сходимость алгоритмов на примере задачи размерности 100 вершин (рисунок 4). Поскольку алгоритм колонии муравьёв является стохастическим, результаты усреднялись по 20 запускам. Гибридный алгоритм демонстрирует существенно более низкое начальное значение длины маршрута и практически не изменяется в дальнейшем. Это объясняется использованием качественного начального приближения, сформированного методом ближайшего соседа и улучшенного с помощью алгоритма 2-орт. В то же время классический АКМ начинает поиск со случайных решений и равномерного распределения феромона, что приводит к более высокой начальной длине маршрута и постепенному улучшению в ходе увеличения числа итераций. Однако даже после сходимости алгоритм колонии муравьёв лишь приближается к уровню, достигаемому гибридным методом на ранних этапах.

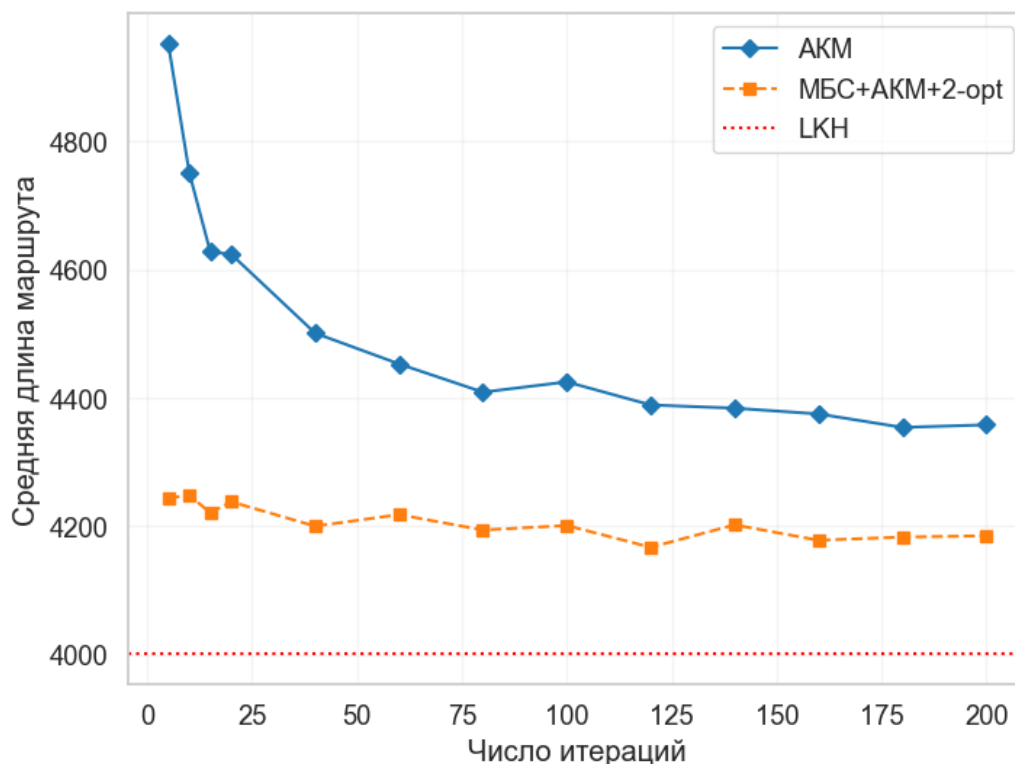


Рис. 4 – Сходимость алгоритмов на графе из 100 вершин. Авторская разработка

На рисунке 5 представлены диаграммы размаха отклонений решений алгоритмов от эталонного решения LKH. Анализ показывает, что метод ближайшего соседа характеризуется наибольшим разбросом и наличием значительных выбросов, что указывает на нестабильность качества решений. Алгоритм колонии муравьев демонстрирует более компактное распределение, однако сохраняет заметную вариативность, обусловленную стохастической природой. Гибридный алгоритм показывает более узкий межквартильный диапазон, что свидетельствует о большей стабильности. Тем не менее наличие выбросов указывает на то, что даже гибридный подход не полностью устраняет зависимость структуры конкретного графа.

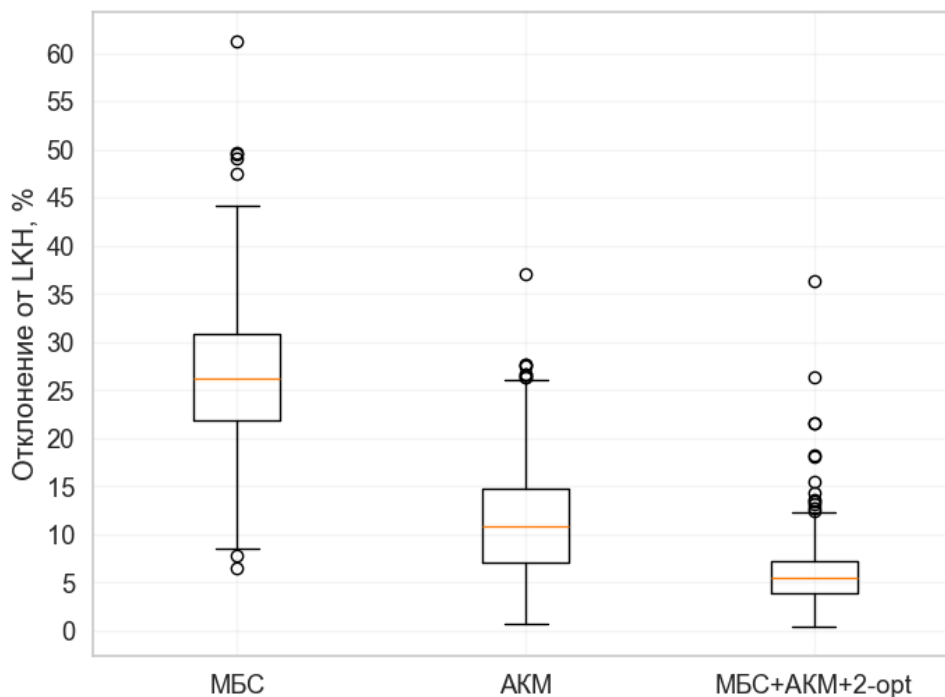


Рис. 5 – Диаграммы размаха отклонений алгоритмов от решения ЛКН.

Авторская разработка

На рисунке 6 представлены минимальные и максимальные значения времени выполнения алгоритмов в зависимости от числа вершин. Видно, что алгоритм колонии муравьёв демонстрирует значительный рост времени работы с увеличением размерности. Гибридный алгоритм показывает более стабильное поведение, хотя также характеризуется ростом времени. Алгоритм ЛКН обеспечивает наименьший разброс времени и высокую эффективность на всех рассматриваемых размерностях.

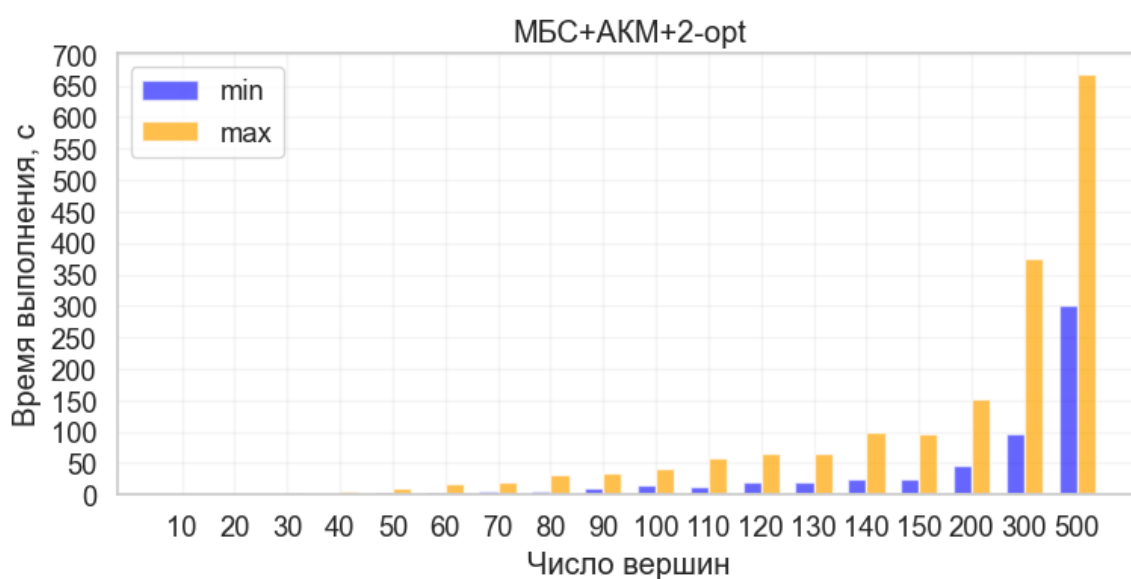
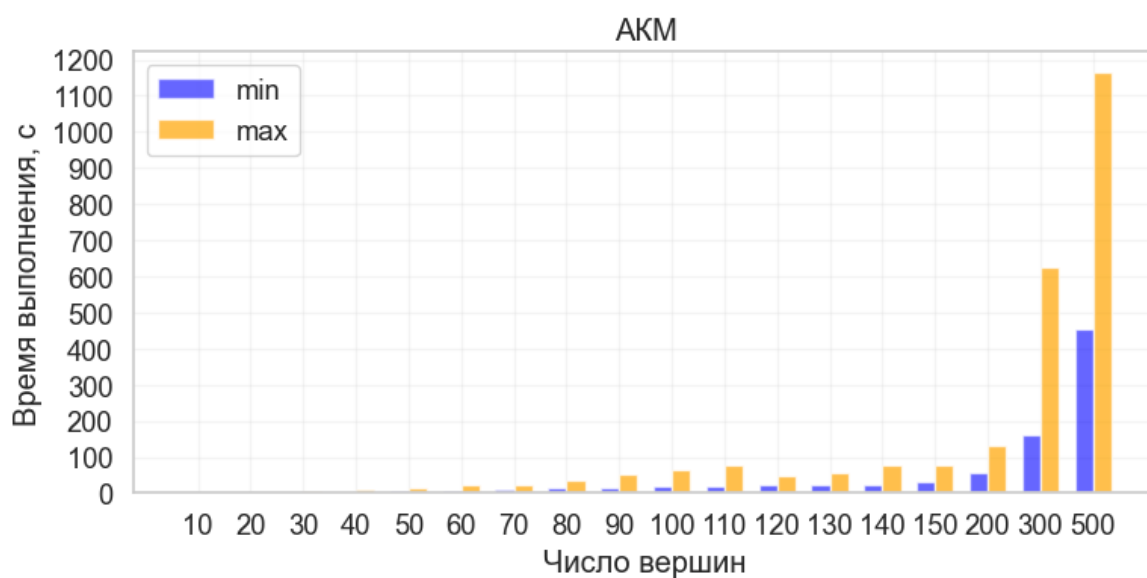
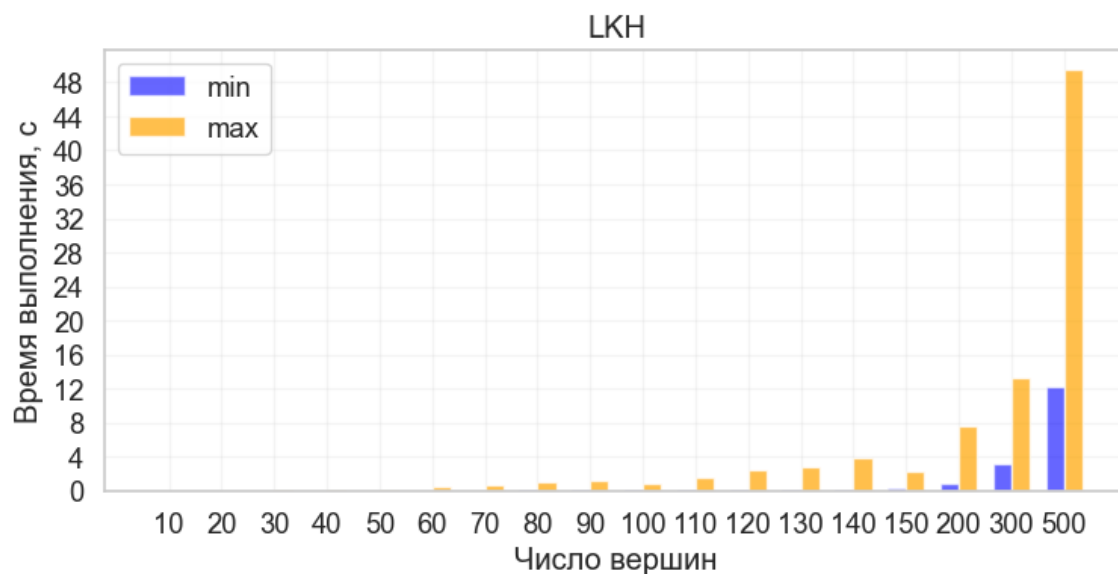


Рис. 6 – Минимальное и максимальное время выполнения алгоритмов.

Авторская разработка

На рисунке 7 приведён график зависимости средней длины маршрута от числа вершин. Алгоритм LKH демонстрирует наилучшие результаты и используется в качестве эталона. Гибридный алгоритм стабильно показывает решения, близкие к эталонным, и превосходит классический АКМ на всех размерностях. При увеличении числа вершин разрыв между АКМ и гибридным подходом становится более выраженным. Метод ближайшего соседа стабильно демонстрирует наихудшие результаты.

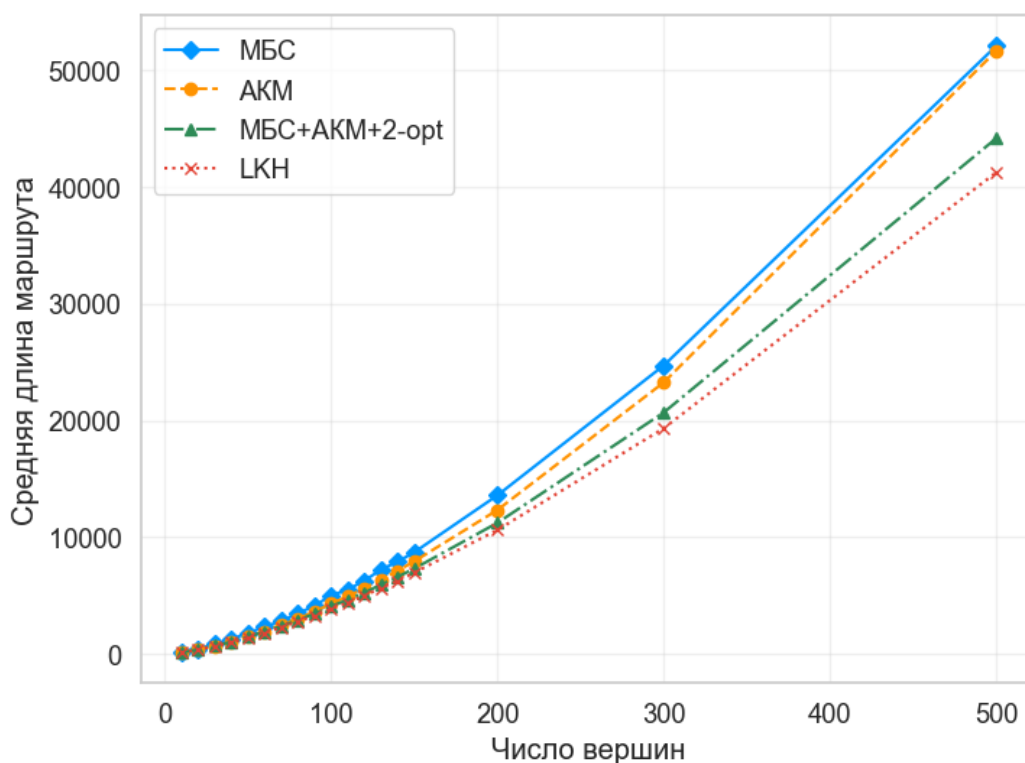


Рис. 7 – Средняя длина маршрута алгоритмов. Авторская разработка

На рисунке 8 представлен график зависимости среднего времени выполнения алгоритмов от числа вершин. Метод ближайшего соседа работает быстро и слабо зависит от размерности, однако это достигается за счёт низкого качества решений. Алгоритм колонии муравьёв характеризуется наибольшими

временными затратами и резким ростом времени выполнения. Гибридный алгоритм, несмотря на дополнительный этап локального улучшения, в среднем работает быстрее АКМ, что связано с более быстрым достижением качественного решения и срабатыванием критерия ранней остановки.

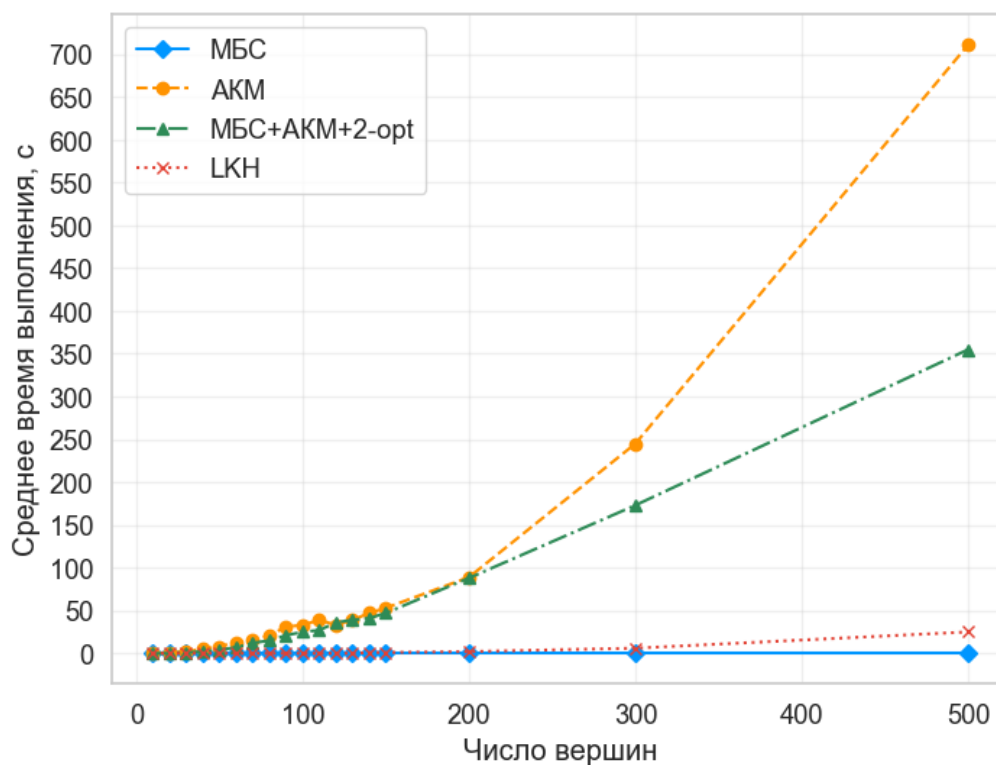


Рис. 8 – Среднее время выполнения алгоритмов. Авторская разработка

Таким образом, результаты вычислительных экспериментов показывают, что гибридный подход обеспечивает наилучшее соотношение качества решений и времени работы среди авторских реализаций. Он позволяет получать маршруты, близкие к решениям ЛКН, при этом демонстрируя более стабильное поведение по сравнению с классическим алгоритмом колонии муравьёв. Метод ближайшего соседа остается самым быстрым, однако существенно уступает по качеству. Полученные результаты подтверждают эффективность комбинирования эвристических методов при решении задачи коммивояжёра.

**Библиографический список:**

1. Теория графов. Часть 1: учебное пособие по дисциплине «Теория графов» / Иванова А.П. – М.: Янус-К, 2024. – 96 с.
2. Теория графов. Часть 2: учебное пособие по дисциплине «Теория графов» / Иванова А.П. – М.: РУТ (МИИТ), Янус-К, 2024. – 99 с.
3. Колесников А.В. Решение сложных задач коммивояжера методами функциональных гибридных интеллектуальных систем / А.В. Колесников, И.А. Кириков, С.В. Листопад, С.Б. Румовская, А.А. Доманицкий; под ред. А.В. Колесникова. – М.: ИПИ РАН, 2011. – 295 с.
4. Сигал И.Х. Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы: учеб. пособие / И.Х. Сигал, А.П. Иванова. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 304 с.
5. Ульянов М.В., Фомичев М.И. Сравнительный анализ комбинаций метода ветвей и границ с метаэвристическими алгоритмами для решения асимметричной задачи коммивояжера // Информационные технологии. – 2019. – Т. 25, № 10. – С. 590-595.
6. Штовба С.Д. Муравьиные алгоритмы // Exponenta Pro. Математика в приложениях. – 2003. – № 4. – С. 70-75.
7. Юрин А.С., Иванова А.П. Приближенные алгоритмы для задачи коммивояжера: алгоритм муравьиной колонии и 2-opt // Дневник науки. – 2025. – № 4. – URL: [https://dnevniknauki.ru/images/publications/2025/4/physics/Yurin\\_Ivanova.pdf](https://dnevniknauki.ru/images/publications/2025/4/physics/Yurin_Ivanova.pdf) (дата обращения: 20.03.2026).
8. Helsgaun K. An effective implementation of the Lin–Kernighan traveling salesman heuristic // European Journal of Operational Research. – 2000. – Vol. 126, no. 1. – P. 106-130.
9. Lin S., Kernighan B.W. An effective heuristic algorithm for the traveling-salesman problem // Operations Research. – 1973. – Vol. 21, no. 2. – P. 498-516.

10. Wang L. Bandit based dynamic candidate edge selection in solving traveling salesman problems [Электронный ресурс] – URL: <https://arxiv.org/abs/2505.15862> (дата обращения: 20.03.2026).

11. Ye H. DeepACO: Neural-enhanced ant systems for combinatorial optimization [Электронный ресурс] // NeurIPS 2023. – URL: <https://arxiv.org/abs/2309.14032> (дата обращения: 20.03.2026).