

УДК 519.673

***РАЗРАБОТКА И ВЕРИФИКАЦИЯ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОГО
АЛГОРИТМА МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ДЛЯ
ОРТОГОНАЛЬНЫХ ОБЛАСТЕЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ
ЭЛЕМЕНТОВ***

Прозоровский А. А.

Ст. преподаватель

*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия*

Беднарек А.С.

Студент

*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия*

Клименко К.Д.

Студент

*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
Москва, Россия*

Аннотация В статье рассматривается решение задачи моделирования стационарного теплового поля в двумерных областях с использованием специализированного алгоритма на основе метода конечных элементов. Описывается подход к автоматизированному построению геометрии и сетки для ортогональных областей с поддержкой задания разнородных подобластей и граничных условий. Разработанный программный инструмент демонстрирует корректность результатов при верификации на коммерческом пакете ANSYS и высокую эффективность при серийных параметрических расчётах. Предложенное решение может использоваться в учебном процессе для изучения методов численного моделирования, а также для генерации данных при обучении нейросетевых моделей.

Ключевые слова: теплопроводность, метод конечных элементов, верификация модели, параметрическое моделирование, численное моделирование, учебное программное обеспечение.

***DEVELOPMENT AND VERIFICATION OF A SPECIALIZED FINITE
ELEMENT ALGORITHM FOR HEAT CONDUCTION MODELING IN
ORTHOGONAL DOMAINS***

Prozorovsky A. A.

Senior lecturer

Bauman Moscow State Technical University

Moscow, Russia

Bednarek A.S.

Student

Bauman Moscow State Technical University

Moscow, Russia

Klimenko K.D.

Student

Bauman Moscow State Technical University

Moscow, Russia

Abstract The article addresses the problem of modeling stationary heat conduction in two-dimensional domains using a specialized algorithm based on the finite element method. An approach to automated geometry and mesh generation for orthogonal domains is described, with support for subregions with different properties and various boundary conditions. The developed software tool demonstrates correct results when verified against the commercial package ANSYS and shows high efficiency in parametric batch computations. The proposed solution can be used in education for teaching numerical modeling methods, as well as for generating datasets for training neural network models.

Keywords: heat conduction, finite element method, model verification, parametric modeling, numerical simulation, educational software.

Введение. Моделирование тепловых процессов в конструкциях со сложной геометрией и неоднородными свойствами является важной прикладной задачей. Численное решение [8] таких задач, как правило, выполняется с помощью универсальных инженерных пакетов (например, ANSYS), что зачастую сопряжено со значительными вычислительными и временными затратами на этапах предобработки, особенно при необходимости серийных расчетов или параметрических исследований.

В данной работе предлагается специализированный алгоритм и программная реализация для автоматизированного построения геометрии и решения стационарных задач теплопроводности для двумерных ортогональных областей методом конечных элементов [4]. Разработанный инструмент ориентирован на эффективность и удобство в сценариях, требующих многократного анализа вариаций одной базовой модели.

Основными отличительными особенностями подхода являются: автоматическое построение адаптивной сетки, поддержка задания разнородных подобластей, возможность динамического изменения граничных условий и свойств материала без полного перестроения системы уравнений, а также удобный графический интерфейс для интерактивного конструирования модели.

Цель исследования. В статье рассматривается создание инструмента для автоматизированного моделирования тепловых процессов в двумерных областях со сложной геометрией. Ключевыми аспектами разработки стали: создание компактного формата задания и хранения геометрии [3], построение адаптивной конечно-элементной сетки и реализация численного решения задачи теплопроводности методом конечных элементов с переменными характеристиками, для различных типов граничных условий.

Материалы и методы исследования. Вычислительный инструмент разработан на языке C++ [9]. Для обеспечения интерактивного взаимодействия с геометрией использовалась библиотека OpenGL [7]. Оптимизация вычислительного ядра осуществлена за счёт параллелизации алгоритмов сборки глобальной матрицы и решения систем линейных уравнений с помощью технологии OpenMP [1, 2, 5], а также векторизации ключевых операций над массивами данных с использованием SIMD-инструкций SSE для эффективного задействования регистрового пространства процессора [10].

Метод ориентирован на моделирование областей, геометрия которых может быть аппроксимирована ортогональными полигонами (состоящими из отрезков, параллельных осям координат). Данное ограничение позволяет создать эффективный и наглядный конструктор, достаточный для анализа широкого класса технических деталей и удобный для учебного процесса. Для моделей, содержащих криволинейные границы, предполагается применение иного подхода к генерации сетки, что является предметом дальнейшего развития проекта.

Область моделирования задаётся в виде одного внешнего замкнутого контура, внутри которого может быть определено произвольное количество контуров-отверстий. Для однозначного определения внутренней части области и корректного последующего разбиения на элементы реализован алгоритм обхода контуров. Для каждого отрезка границы дополнительно хранится вектор внешней нормали, что необходимо для последующего учёта граничных условий.

Следующим этапом обработки является разделение прямых на горизонтальные и вертикальные. Они хранятся в двух отдельных массивах структур, где для вертикальных прямых фиксируется координата x и границы отрезка по y , а для горизонтальных — координата y и границы по x . Затем из всех уникальных координат x вертикальных прямых и y горизонтальных формируются упорядоченные массивы. Эти массивы задают регулярную сетку, Дневник науки | www.dnevnika.ru | СМЭЛ № ФС 77-68405 ISSN 2541-8327

узлы которой соответствуют пересечениям всех продолжений горизонтальных и вертикальных линий (рис. 1).

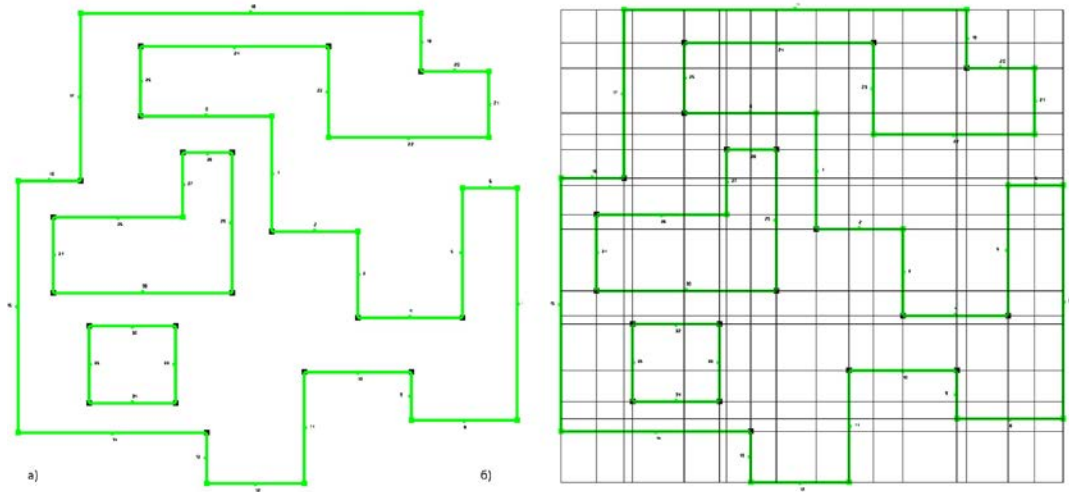


Рисунок 1 – Задание регулярной сетки двумерной области. Авторская разработка

На следующем этапе реализуется возможность выделения подобластей с различными физическими свойствами. Для этого между существующими граничными линиями вводятся дополнительные соединительные отрезки (рис. 2). Данные отрезки не являются физическими границами и сохраняются в отдельном массиве. В дальнейшем они добавляются к основным наборам горизонтальных и вертикальных линий, что позволяет расширить расчётную сетку и избежать возникновения конечных элементов, принадлежащих сразу нескольким подобластям. После выполнения этого шага обеспечивается возможность интерактивного выбора конкретной подобласти для задания её индивидуальных физических характеристик.

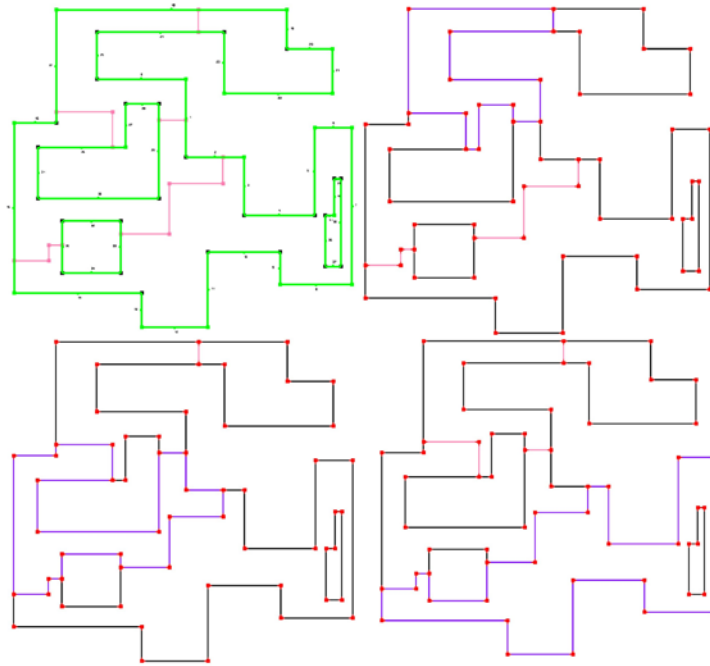


Рисунок 2 – Выделение подобластей с различными физическими свойствами.
Авторская разработка

После расширения матрицы сетки дополнительными линиями выполняется первичное разбиение расчетной области на крупные блоки, которые в дальнейшем будут разделены на конечные элементы заданного размера (рис. 3). Критическим условием при формировании этих блоков является полное совпадение границ в местах примыкания соседних областей вдоль разделяющих линий. Это гарантирует общность узлов сетки на стыках различных подобластей без необходимости дополнительных проверок и корректировок.

Алгоритм реализуется путем последовательного анализа каждой ячейки расширенной матрицы и каждой физической границы. Для каждой линии (как исходной, так и добавленной) определяется, в каком месте её продолжение встречает препятствие — границу подобласти или контур. Это позволяет избежать излишнего дробления и сформировать блоки максимально возможного размера, что, в свою очередь, обеспечивает контроль над геометрией итоговых конечных элементов.

По итогу формируется результирующая матрица, каждый элемент которой содержит информацию о направлениях к соседним узлам, являющимся границами сформированных крупных блоков. Эта матрица служит основой для финального шага — разбиения каждого блока на конечные элементы.

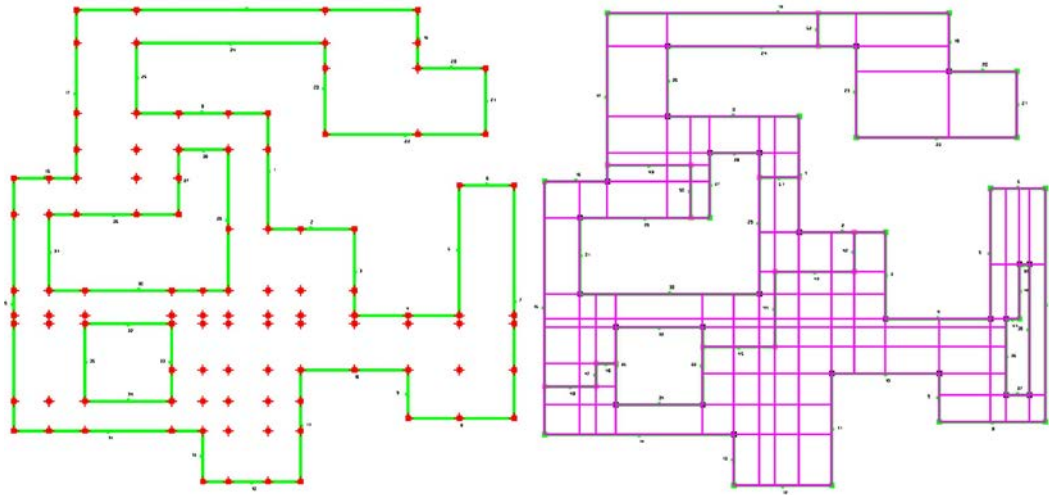


Рисунок 3 – Формирование структуры расчётной области. Авторская разработка

После формирования структуры расчётной области выполняется задание граничных условий, физических параметров и размера конечных элементов. Для каждой подобласти независимо задаются её физические характеристики. Далее осуществляется автоматическое разбиение каждой подобласти на конечные элементы выбранного размера. Для целей верификации и отладки предусмотрено отображение нумерации конечных элементов и узлов сетки (рис. 4).

На основе полученной сетки автоматически формируются локальные матрицы для каждого элемента, которые затем агрегируются в глобальную матрицу системы линейных уравнений.

Для удобства добавлена возможность динамической модификации модели. Пользователь может удалять или изменять граничные условия,

корректировать параметры, добавлять новые подобласти без необходимости полного перестроения глобальной матрицы. В этом случае выполняется локальный пересчёт только тех конечных элементов, которых коснулись изменения. Такой принцип обеспечивает существенное ускорение работы в сценариях, требующих многократного анализа одной геометрической конфигурации с различными свойствами материалов или граничными условиями (при неизменном количестве элементов).

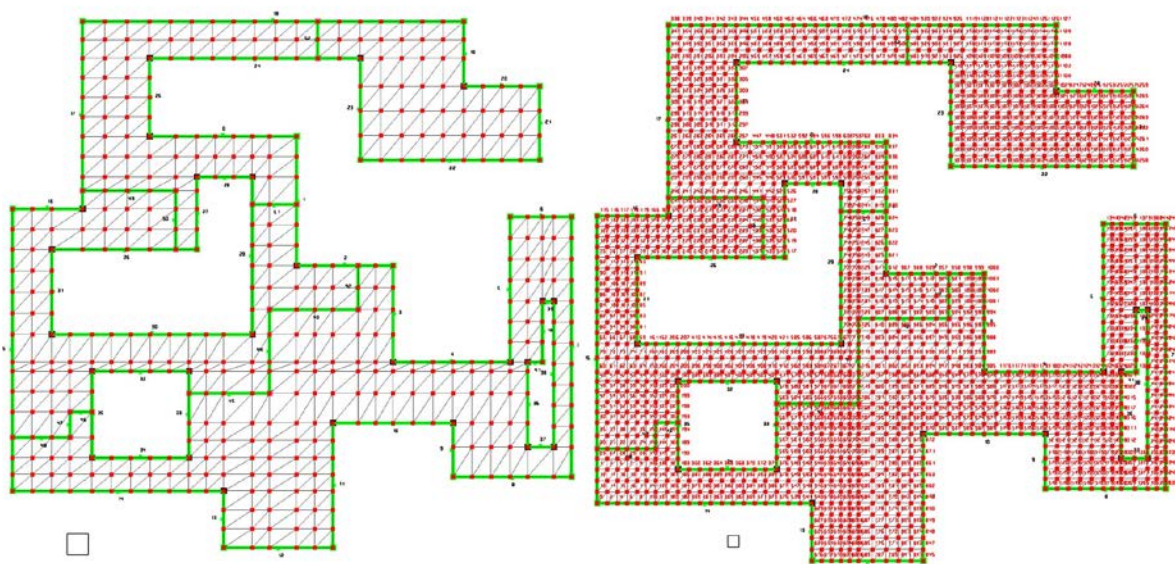


Рисунок 4 – Разбиение каждой подобласти на конечные элементы. Авторская разработка

Была реализована поддержка четырёх различных типов конечных элементов, обеспечивающая гибкость при дискретизации расчётной области. Программа предоставляет возможность адаптивного изменения размеров конечных элементов, а также динамической модификации модели: добавления и удаления внутренних полостей, изменения границ и параметров подобластей с различными физическими характеристиками. Для обеспечения совместимости и дальнейшего использования реализована функция экспорта геометрии в ряд стандартных форматов.

Результаты и их обсуждение. Для верификации разработанного алгоритма было проведено сравнение результатов численного моделирования с данными, полученными в пакете ANSYS, для идентичных граничных условий и типов КЭ. Как видно из представленных данных (рис. 5), наблюдается высокая степень соответствия расчётных значений, что свидетельствует о корректности реализации метода конечных элементов в разработанной программе.

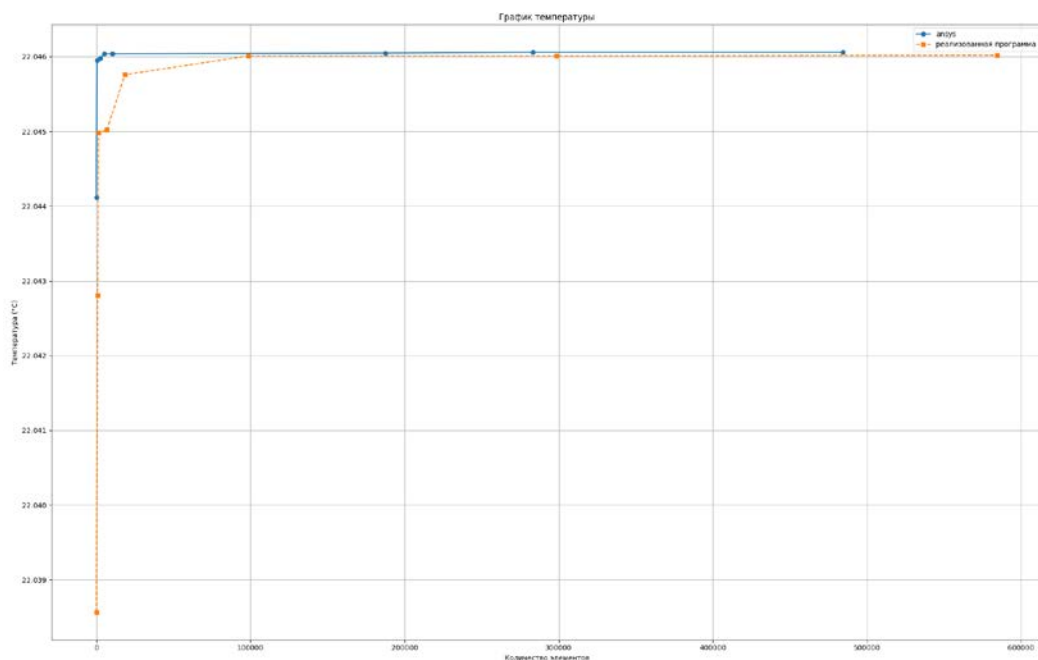


Рисунок 5 – Сравнение результатов работы программы с пакетом ANSYS при разном числе КЭ. Авторская разработка

На сетках с малым количеством элементов собственное приложение демонстрирует существенное преимущество в скорости. С увеличением размера задачи это преимущество сокращается. Это можно объяснить значительными накладными расходами ANSYS на этапах предобработки (чтение геометрии, построение сетки, инициализация), в то время как разработанное консольное приложение минимизирует эти издержки. Таким

образом, для серийных расчётов множества геометрически схожих моделей предложенное решение является более эффективным по времени.

На рис. 6 представлены результаты работы программы для комплексного случая: различных граничных условий и распределения физических характеристик материала по подобластям.

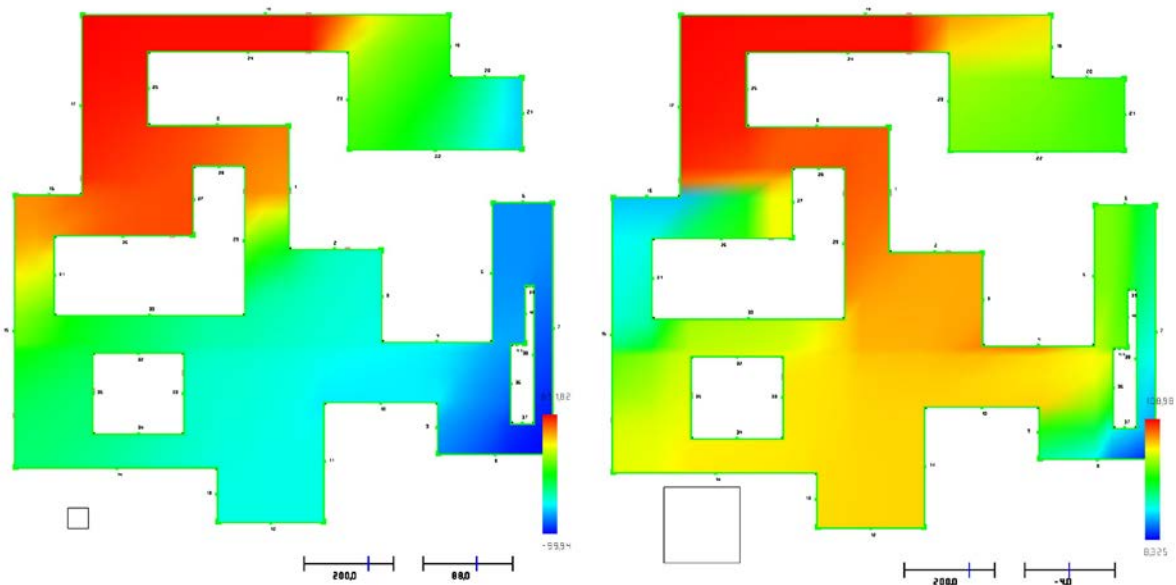


Рисунок 6 – Результаты работы программы для различных граничных условий и распределения физических характеристик материала по подобластям.

Авторская разработка

Экспериментально подтверждена корректность разработанной программы путём сравнения результатов моделирования с данными коммерческого пакета ANSYS. Продемонстрирована её эффективность по времени подготовки и решения задачи относительно универсальных САЕ-систем, особенно выраженная при серийных расчётах на однотипных геометриях. Отличительными особенностями программного инструмента являются простота и наглядность создания и редактирования геометрии, а также интуитивно понятный интерфейс. Это делает программу перспективной для применения в учебном процессе при изучении методов конечных элементов и основ компьютерного моделирования физических полей.

Заключение. В ходе работы был разработан и реализован специализированный алгоритм для автоматизации построения геометрии и численного решения стационарных задач теплопроводности методом конечных элементов.

Ключевым преимуществом предложенного инструмента является его адаптируемость и открытая архитектура. Программу можно интегрировать в более крупные вычислительные конвейеры или расширять её функциональность. Это обеспечивает быструю параметризацию геометрии и серийные расчёты, что позволяет эффективно создавать обширные базы данных решений (датасеты) для дальнейшего анализа. Поддержка последовательного изменения формы области, физических свойств и граничных условий создаёт гибкую среду для исследования, не требующую освоения сложных коммерческих САЕ-пакетов.

Апробация программы в учебном процессе [6] показала, что она оценивается пользователями как эффективный и наглядный инструмент для изучения основ метода конечных элементов и верификации результатов. Кроме того, её возможности по генерации датасетов делают её перспективным инструментом для подготовки данных при обучении нейросетевых моделей в задачах регрессии и оптимизации тепловых процессов.

Авторы выражают благодарность Каримову С. Б. за ценные консультации, предложение темы и постановку задачи данного исследования

Библиографический список

1. Антонов А.С. Параллельное программирование с использованием технологии OpenMP. – М.: Изд-во МГУ, 2009. – 77 с.
2. Балонин Н.А., Сергеев Д.А. Параллельные алгоритмы и их реализация с использованием OpenMP. // Информационно-управляющие системы. – 2017. – № 6. – С. 2–12.
3. Дэвис Т. А. Прямые методы для разреженных линейных систем. – М.: ДМК Пресс, 2021. – 184 с.
4. Зенкевич О.К., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. – М.: Мир, 1986. – 318 с.
5. Орлов А.В. Основы параллельного программирования с использованием OpenMP. – М.: Изд-во МГУ, 2015. – 120 с.
6. Прозоровский А.А. Применение принципов бережливого производства к оптимизации образовательного процесса на примере обучения дисциплине «Аналитическая геометрия» // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2014. – № S2
7. Райт Р.С., Липчак Б. OpenGL. Суперкнига. – СПб.: Питер, 2019. – 1072 с.
8. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения задач теплопроводности. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
9. Страуструп Б. Язык программирования C++. Специальное издание. – М.: Бином-Пресс, 2019. – 1136 с.
10. Фролов А.А., Фролов А.А. Векторизация вычислений с использованием SSE-инструкций для повышения производительности численных алгоритмов. // Программирование. – 2018. – № 4. – С. 35–48.