

УДК 519.6:629.113.015.43

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМАХ ПАССИВНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ АВТОМОБИЛЬНОГО ТРАНСПОРТА

Хамнуев К.В.

Бакалавр,

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Москва, Россия

Бушуев А.Ю.

к.т.н., доцент

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Москва, Россия

Аннотация

В работе реализовано математическое моделирование динамики работы газогенератора автомобильных систем пассивной безопасности (подушек безопасности). Разработана динамическая модель процессов горения твердого топлива и газодинамики в системе "камера сгорания — наполняемая полость", переменного объема, описываемая шестью связными дифференциальными уравнениями. Для поиска параметров конструкции, удовлетворяющих ограничениям по обеспечению заданных диапазонов давления и температуры (*основная задача проектирования*) создан программный комплекс на языке C++, использующий методы Рунге-Кутты для решения задачи анализа функционирования рассматриваемой системы и минимаксный критерий в сочетании с генетическим алгоритмом для решения основной задачи проектирования. Продемонстрирована эффективность алгоритма решения задачи выбора геометрических и конструктивных параметров газогенератора.

Ключевые слова: математическое моделирование, пассивная система подушек безопасности, газогенератор, система дифференциальных уравнений, Рунге-Кутта, оптимизация, генетический алгоритм, минимаксный критерий.

MATHEMATICAL MODELING OF PHYSICAL PROCESSES IN AUTOMOTIVE PASSIVE SAFETY SYSTEMS

Khamnuev K.V.

Bachelor,

Bauman Moscow State Technical University

Moscow, Russia

Bushuev A.Y.

Ph.D. (Tech.), Associate Professor

Bauman Moscow State Technical University

Moscow, Russia

Abstract

This paper presents the mathematical modeling of the dynamics of a gas generator used in automotive passive safety systems (airbags). A dynamic model describing the combustion processes of solid fuel and gas dynamics in the "combustion chamber — inflatable cavity" system with variable volume is developed, represented by six coupled differential equations. To find design parameters that satisfy the constraints of given pressure and temperature ranges (the main design problem), a software package in C++ was created. This package uses Runge-Kutta methods to solve the system analysis problem, and a minimax criterion combined with a genetic algorithm to solve the main design problem. The effectiveness of the algorithm for selecting the geometric and structural parameters of the gas generator is demonstrated.

Keywords: mathematical modeling, passive airbag system, gas generator, system of differential equations, Runge-Kutta, optimization, genetic algorithm, minimax criterion.

Введение

В современных условиях повышения интенсивности и скорости дорожного движения проблема обеспечения пассивной безопасности пассажиров и водителей автомобилей приобретает особую актуальность [1]. Так в работе [2] предложен экспериментально-теоретический метод исследования динамики функционирования модуля подушек безопасности. Математическое моделирование нестационарного процесса раскрытия подушек безопасности выполнен в среде LS-DYNA [3]. При этом подчёркивается на необходимость создания «отечественной научно-технической, конструкторской и технологической базы». Одним из ключевых элементов систем пассивной безопасности являются газогенераторные модули автомобильных подушек безопасности, от которых напрямую зависят эффективность защиты и надёжность срабатывания устройства при аварии. Корректный выбор конструктивных параметров газогенератора позволяет максимально быстро достичь необходимого давления и температуры газовой среды внутри подушки, обеспечив тем самым требуемую защиту при минимизации рисков для здоровья человека.

Решение задачи проектирования таких систем связано со значительной сложностью, обусловленной многообразием физико-химических процессов (горение твердого топлива, нестационарные термогазодинамические явления и др.), а также жёсткими нормативными требованиями к временным и параметрическим характеристикам срабатывания подушки безопасности. В этой связи применение математического моделирования и современных методов оптимизации становится эффективным инструментом для инженерного синтеза систем данного класса.

На основе математической модели газогенератора, построенной в работах [4], [5] разработана динамическая модель процессов горения твердого топлива и газодинамики в системе "камера сгорания — наполняемая полость", переменного объема.

Настоящая работа посвящена, разработке численного программного обеспечения для анализа внутренних процессов в модулях пассивной безопасности, а также решению задачи оптимального выбора параметров конструкции на основе минимаксного подхода и генетических алгоритмов с учётом функциональных ограничений по основным характеристикам системы.

Методы и материалы; результаты

В качестве исследуемого объекта в работе рассматривается дроссельная система, состоящая из двух основных объемов: камеры сгорания (газогенератора) и наполняемой полости (подушки безопасности), соединённых нерегулируемым дросселем. В качестве рабочего тела выступают продукты сгорания твёрдого топлива. Принято допущение о нульмерности — все параметры (давление, температура, плотность) усредняются по объёму каждой камеры. На рисунке 1 представлена расчетная схема объекта проектирования.

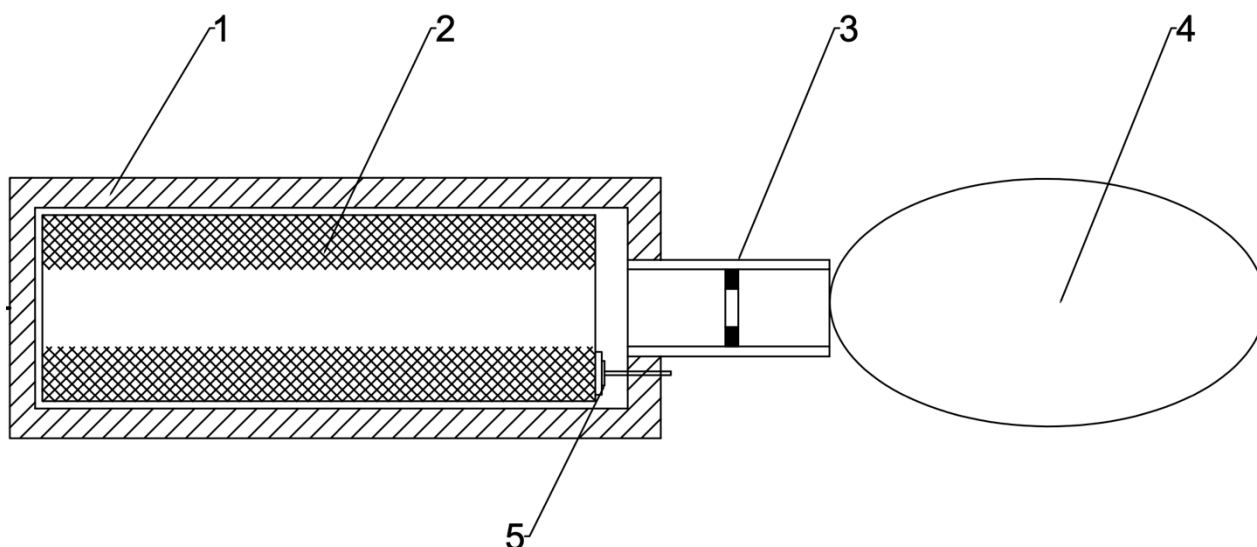


Рис 1 – Расчетная схема объекта проектирования, 1 – корпус камеры сгорания, 2 – заряд твердого топлива, 3 – нерегулируемый дроссель, 4 – наполняемая полость, 5 – воспламенитель. Авторская разработка.

Заряд твёрдого топлива источника энергии выполняется в виде полого цилиндра (рис. 2), что соответствует широко распространённой на практике конструкции газогенераторов для автомобильных подушек безопасности. Горение заряда происходит по внутренней и внешней цилиндрическим поверхностям, а также по торцам, что определяет изменение площади горения на каждом этапе процесса. На рисунке 2 представлена геометрия заряда твердого топлива.

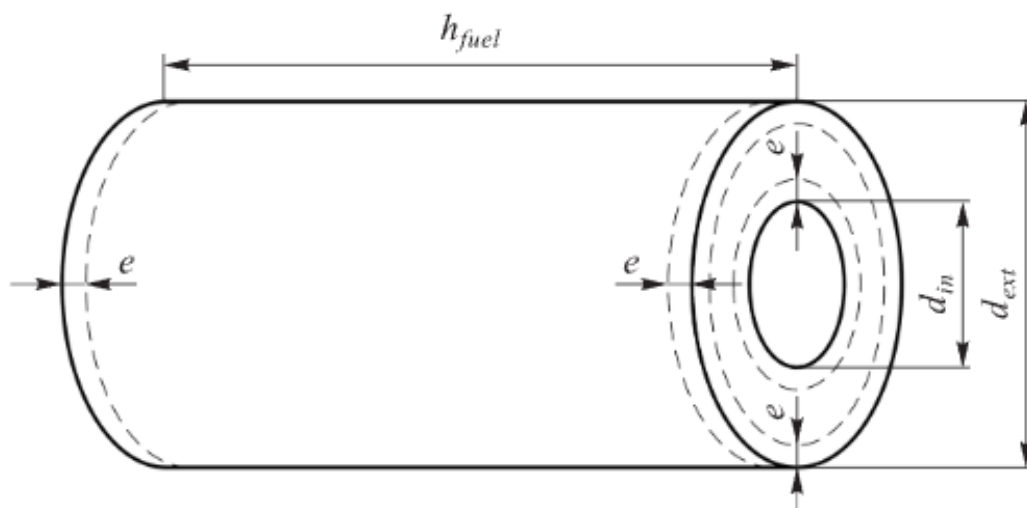


Рис 2 – Схема заряда твердого топлива [5].

$S_{fuel}(e) = S^0 - 4\pi e(d_{in} + d_{ext})$ – площадь поверхности заряда твердого топлива,

$S^0 = S_{ext}^0 + S_{in}^0 + 2S_{edge}^0$ – начальная площадь поверхности заряда твердого топлива,

$V_{fuel}(e) = \frac{\pi}{4}(h_{fuel} - 2e)[d_{ext}^2 - d_{in}^2 - 4e(d_{in} + d_{ext})]$ – объем заряда твердого топлива.

В работе построена комплексная математическая модель, описывающая физические процессы при срабатывании газогенераторного модуля подушки безопасности автомобиля. Модель включает систему из шести обыкновенных дифференциальных уравнений, отражающих динамику основных параметров: давления, температуры и плотности газовой среды как в камере сгорания, так и в наполняемой полости, а также изменение геометрии заряда твердого топлива в процессе горения.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp_{ES}}{dt} = \frac{1}{W} \{ S_{fuel}(e) \rho_{fuel} u R_{fuel} (1 - \chi_{ES}) \theta_V - n R_{fuel} \theta_{ES} G - p_{ES} S_{fuel}(e) u \}; \\ \frac{d\theta_{ES}}{dt} = \frac{\theta_{ES}}{W} \{ S_{fuel}(e) \rho_{fuel} u R_{fuel} [(1 - \chi_{ES}) \theta_V - \theta_{ES}] - (n - 1) R_{fuel} \theta_{ES} G \}; \\ \frac{dW}{dt} = S_{fuel}(e) u; \\ \frac{de}{dt} = u; \\ \frac{dp_{vol}}{dt} = \frac{R_{fuel} n}{V_{vol}} \{ [\tilde{\theta} + (1 - \chi_{vol})(\theta_{ES} - \tilde{\theta})] G \}; \\ \frac{d\theta_{vol}}{dt} = \frac{R_{fuel} \theta_{vol}}{p_{vol} V_{vol}} \{ [n [\tilde{\theta} + (1 - \chi_{vol})(\theta_{ES} - \tilde{\theta})] - \theta_{vol}] G \}; \\ \frac{dV_{vol}}{dt} = \frac{GR_{fuel} \theta_{vol}}{p_{vol}}; \end{array} \right.$$

Начальные условия:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{ES}(0) = p_{ES_0}; \\ p_{vol}(0) = p_{vol_0}; \\ \theta_{ES}(0) = \theta_{ES_0}; \\ \theta_{vol}(0) = \theta_{vol_0}; \\ W(0) = W_0; \\ e(0) = 0; \\ V_{vol}(0) = 0; \end{array} \right.$$

p_{ES} - давление газа в камере сгорания,

t - время,

W – свободный объём в камере сгорания,

$S_{fuel}(e)$ - площадь поверхности горения заряда твердого топлива,

e - свод горения,

ρ_{fuel} -плотность заряда твердого топлива,

u - скорость горения заряда,

R_{fuel} - газовая постоянная продуктов сгорания заряда,

χ_{ES} - коэффициент тепловых потерь газогенератора $[0, 1]$,

θ_V - изохорная температура горения,

θ_{ES} - температура газа в камере сгорания,

G - массовый расход газовой фазы из газогенератора,

p_{vol} - давление газа в наполняемой полости,

$V_{vol,0}$ - объём полости,

$\tilde{\theta}$ - температура внешней среды,

χ_{vol} - коэффициент тепловых потерь полости переменного объёма,

θ_{vol} - температура газа в полости переменного объёма.

Для численного интегрирования полученной системы ОДУ применён метод Рунге–Кутты четвертого порядка, реализованный в программном комплексе на языке C++. При построении модели учтены особенности геометрии заряда (полый цилиндр), различные режимы течения газа через дроссель, теплообмен между компонентами системы и характерные параметры применяемых топлив. Была проведена верификация прямой задачи. Для этого сверялись экспериментальные данные из работы [6], где используемый заряд твердого топлива представляет собой таблеточную форму, с результатом работы прямой задачи при максимально близких условиях. А именно, состав твердого топлива: азид натрия, объём камеры сгорания: 36 см³, объём подушки безопасности: 60000 см³ или 60 л, масса твердого топлива 28.8 г.

На рис.3 представлены результаты расчёта давления в камере сгорания и соответствующие им экспериментальные данные.

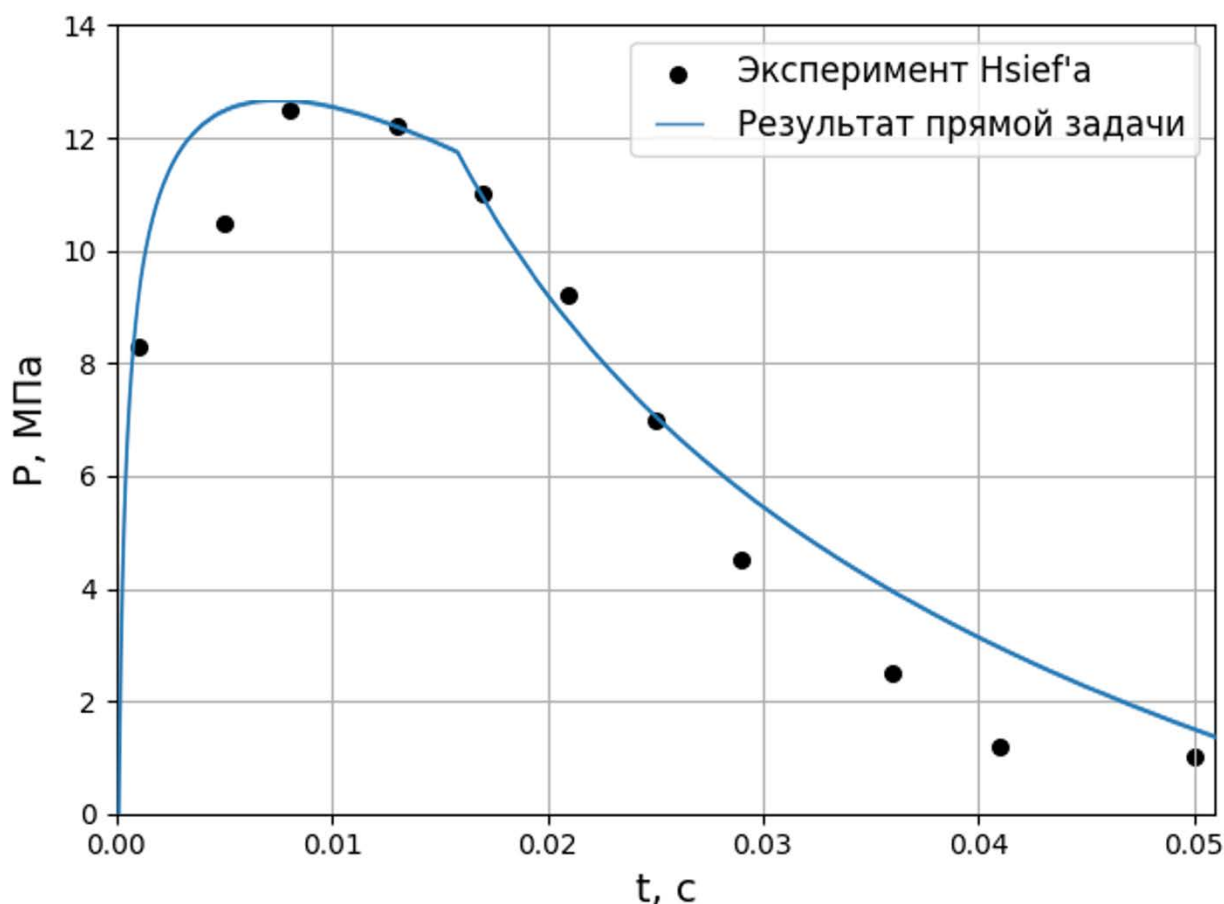


Рис 3 – Результаты верификации прямой задачи. Авторская разработка.

Как видно из рисунка, расчёт по математической модели качественно правильно отражает физический процесс. Одной из причин несовпадения расчётных и экспериментальных данных на начальном и конечном участках процесса связано с отличием в форме заряда.

Основная задача проектирования (ОЗП) автомобильной системы пассивной безопасности (по аналогии с основной задачей управления) [7] состоит в выборе таких геометрических параметров газогенератора и дросселя, которые обеспечивают выполнение требуемых жёстких функциональных ограничений на давление и температуру в наполняемой полости подушки безопасности:

$$g_i' \leq g_i(x) \leq g_i''$$

$$\gamma_i' = \frac{g_i'' - g_i(x)}{g_i'' - g_i'}$$

$$\gamma_i'' = \frac{g_i(x) - g_i'}{g_i'' - g_i'}$$

$$\gamma_i' + \gamma_i'' = 1$$

$$i = 1, 2$$

Где g_i - максимальное значение требуемых показателей в подушке безопасности, g_i' - заданная нижняя граница для области допустимых значений, g_i'' - заданная верхняя граница для области допустимых значений.

В данной работе использовались следующие нижние и верхние границы:

$$\overline{g} = \begin{pmatrix} 200000 Pa \\ 300 K \end{pmatrix}; \quad \overline{g}'' = \begin{pmatrix} 300000 Pa \\ 650 K \end{pmatrix}$$

Решение ОЗП может быть найдено путём сведения её к следующей экстремальной задаче.

$$\hat{\Phi} = \min_{x \in D_X} \max_{i=1,4} \gamma_i(x)$$

Где

$$x = \begin{pmatrix} d_{in} \\ d_{ext} \\ h_{fuel} \\ r_{dros} \end{pmatrix}$$

Поиск решения сформулированной минимаксной задачи осуществлялся с помощью генетического алгоритма с вещественным кодированием, эффективность которого подтверждена решениями многих практических задач [4], [5], [8], [9]. Генетический алгоритм включал в себя 50 популяций, размер популяции 80 особей, использовался турнирный метод селекции, вероятность мутации 0,4, скрещивание особей происходила с вероятностью 0,8.

Рис.4 наглядно иллюстрирует траекторию поиска к одному из возможных решений основной задачи проектирования. Закрашенной областью обозначены функциональные ограничения

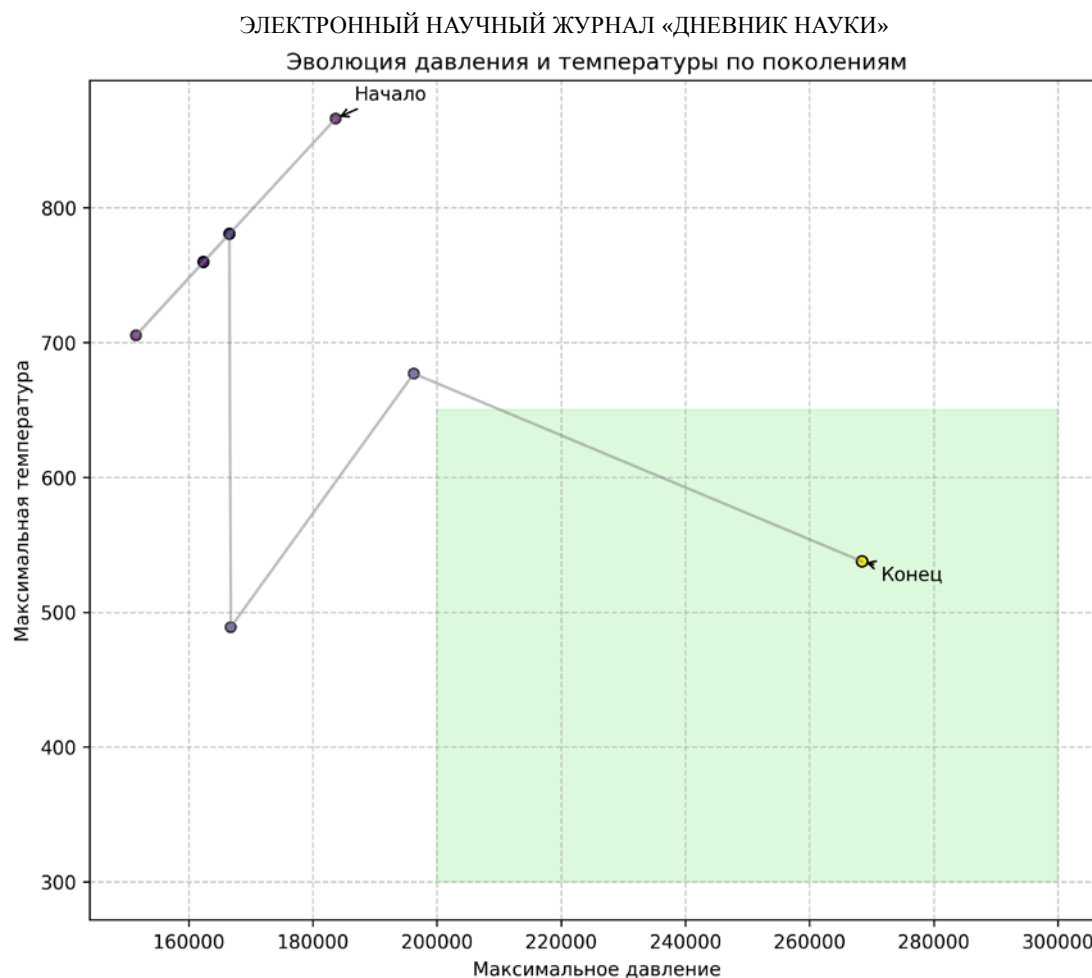


Рис 4 – Эволюция давления и температуры в подушке безопасности по итерациям (поколениям). Авторская разработка.
Процесс сходимости алгоритма представлен на рис. 5



Рис 5 – изменение целевой функции по поколениям. Авторская разработка.

Заключение

Построена математическая модель функционирования системы, состоящей из газогенератора и наполняемой ёмкости переменного объёма.

Сформулирована и решена основная задача проектирования системы пассивной безопасности автомобиля, состоящая в сведении задачи обеспечения заданных функциональных ограничений к минимаксной задаче оптимизации.

Для более надёжной верификации программы и подтверждения адекватности математической модели требуются дальнейшие исследования. В частности, необходимы экспериментальные данные, соответствующие использованному в математической модели форме заряда.

Библиографический список:

1. Кондратова О.А. Исследование рабочих процессов твердотопливных газогенераторов подушек безопасности: дис. ... канд. физ.-мат. наук. — Томск, 2007. — 137 с.
2. Котиев Г.О., Петюков А.В., Гонсалес Астуа А.В. Экспериментально-теоретический метод исследования особенностей функционирования модулей подушек безопасности автомобиля // *Труды НАМИ*. 2021;(2):15-24. <https://doi.org/10.51187/0135-3152-2021-2-15-24>
3. Hallquist J.O. Hallquist J.O. LS-DYNA Theory Manual. Livermore: Livermore Software Technology Corporation, 2019. - 886 p.
4. Бушуев А.Ю., Рязов С.С. Оптимизация конструкции твердотопливного модельного газогенератора // *Математическое моделирование и численные методы*, 2019, № 4, с. 3–14.
5. Бушуев А.Ю., Иванов М.Ю., Коротаев Д.В., Реш Г.Ф. Математическое моделирование дроссельных систем синхронизации исполнительных органов летательных аппаратов. -2 изд.-Москва: Издательство МГТУ им. Баумана, 2025, - 135 с.
6. Wu W. T., Hsieh W. H., Huang C. H., Wang C. H. Theoretical simulation of combustion and inflation processes of two-stage airbag inflators // *Combustion Science and Technology*. 2005. Vol. 177, no. 2. P. 383-412. DOI: 10.1081/CST-200055919.
7. Сиразетдинов Т.К. Методы решения многокритериальных задач синтеза технических систем. — Москва: Машиностроение, 1988. — 158 с.
8. Иванов М.Ю., Бушуев А.Ю., Щербаков Н.С., Реш Г.Ф. Компьютерное моделирование динамических процессов в гидравлическом стабилизаторе расхода и его оптимизация на основе эволюционного алгоритма // *Математическое моделирование и численные методы*, 2024, № 3, с. 100-119.
9. Пантелеев А.В. Метлицкая Д.В., Алешина А.В. Методы глобальной оптимизации. Метаэвристические стратегии и алгоритмы. - Москва, Вузовская книга, 2013, 243 с

Оригинальность 75%