

УДК 624.072

**ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ
ЭЛЕМЕНТОВ В ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ ДЛЯ АНАЛИЗА
НАГРУЗОК НА СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ**

Зонов А.В.

*к.т.н., доцент кафедры промышленной безопасности и инженерных систем,
доцент кафедры механики и инженерной графики*

Вятский государственный университет

Киров, Россия

Буравлёва Е.Г.

старший преподаватель кафедры механики и инженерной графики

Вятский государственный университет

Киров, Россия

Аннотация

Работа посвящена применению метода конечных элементов в условиях параллельных вычислений для анализа нагрузок на строительные конструкции. Описаны особенности реализации метода, включая распределение вычислительной нагрузки и минимизацию межпроцессорных коммуникаций. Исследованы вопросы масштабируемости и повышения производительности при увеличении числа вычислительных ядер. Предложены эффективные схемы распараллеливания, позволяющие существенно сокращать время расчётов и повышать точность результатов. Практическое значение работы заключается в возможности быстрого проектирования сложных инженерных объектов, таких как мосты, тоннели и высотные здания. Полученные выводы могут применяться при разработке специализированного программного обеспечения и организации архитектуры суперкомпьютерных кластеров для строительной отрасли.

Ключевые слова: метод конечных элементов, строительные конструкции, расчётные схемы, алгоритм.

***FEATURES OF USING THE FINITE ELEMENT METHOD IN
PARALLEL COMPUTING FOR ANALYZING LOADS ON BUILDING
STRUCTURES***

Zonov A.V.

*PhD, Associate Professor, Department of Industrial Safety and Engineering Systems,
Associate Professor, Department of Mechanics and Engineering Graphics*

Vyatka State University,

Kirov, Russia

Buravleva E.G.

Senior Lecturer, Department of Mechanics and Engineering Graphics

Vyatka State University,

Kirov, Russia

Abstract

This paper examines the application of the finite element method in a parallel computing environment to analyze loads on building structures. Implementation features of the method are described, including computational load distribution and minimization of interprocessor communications. Scalability and performance improvement with increasing number of computing cores were investigated. Effective parallelization schemes were proposed, allowing for significant reductions in computation time and improved accuracy. The practical significance of the work lies in the possibility of quickly designing complex engineering objects such as bridges, tunnels and high-rise buildings. The findings can be applied in the development of specialized software and the organization of the architecture of supercomputer clusters for the construction industry.

Key words: finite element method, building structures, calculation schemes, algorithm.

В строительной механике одной из основных задач является определение полей напряжений и перемещений конструкции при заданной внешней нагрузке. Для решения этой задачи могут быть использованы как классические, так и численные методы решения. С помощью классических методов распределения полей определяются напрямую с использованием системы дифференциальных уравнений, построенных на основании фундаментальных физических принципов. Точное решение возможно только для простейших случаев геометрии, нагрузок и граничных условий.

На практике при столкновении с нелинейной задачей, возникает проблема недостаточности информации об объекте. А число точных решений нелинейных задач, имеющихся во всех опубликованных работах, совсем мало, и относятся данные работы в основном к конструкциям простых геометрических форм. На заключительном этапе в любом случае применяются численные методы. Наиболее простыми и удобными в реализации являются так называемые проекционно-разностные методы: метод Галёркина, метод Ритца и, являющийся обобщением и следствием этих методов, метод конечных элементов.

Метод конечных элементов представляет собой один из универсальных сеточных методов расчета, предназначенных для решения задач, в которых модель может быть задана системой дифференциальных уравнений в частных производных с заданными граничными условиями.

Популярность данного метода обоснована сменой используемых в работе материалов и постоянным усложнением проектируемых конструкций. Это привело к тому, что создаваемые устройства стало практически невозможно описать только на основе некоторых линейных задач, решение которых может быть сведено к более простому алгоритму. Кроме того, метод конечных элементов может быть обобщен практически на неограниченный класс задач благодаря тому, что позволяет использовать элементы различных форм для получения сеточных разбиений любых нерегулярных областей.

Общая концепция метода заключается в следующем. Непрерывная величина (температура, давление, перемещение, деформация) может быть аппроксимирована дискретной моделью, которая строится на множестве кусочно-непрерывных функций. Данные функции определяются с помощью значений непрерывной величины в конечном числе точек рассматриваемой области.

Метод конечных элементов можно представить в виде выполнения нескольких последовательных этапов:

- 1) создание конечно-элементной схемы (разбивка на элементы и их нумерация);
- 2) сведение заданной внешней нагрузки к узловой;
- 3) формирование матриц жесткости всех элементов системы в локальных системах координат и их преобразование в глобальную систему координат;
- 4) формирование глобальной матрицы жесткости, системы уравнений метода конечных элементов и ее решение;
- 5) определение усилий в элементах от действий узловой нагрузки;
- 6) определение окончательных значений усилий в элементах путем сложения решений задач.

Данный метод помимо универсальности имеет ряд преимуществ. Криволинейная область может быть аппроксимирована с помощью прямолинейных элементов или описана точно с помощью криволинейных элементов.

Размеры элементов могут быть переменными. Это позволяет укрупнить или измельчить сеть разбиения области на элементы, если в этом есть необходимость.

Решение системы линейных уравнений достаточно простое, поскольку матрица является трехдиагональной и поддерживает применение высокоэффективного метода прогонки.

Однако при практическом применении метода конечных элементов разработчики программных схем сталкиваются с рядом проблем.

При решении сложных задач увеличивается объём требуемой памяти для хранения данных. Измельчение сетки и увеличение рассчитываемой конструкции приводит к повышению времени расчета.

Классический подход развивался, и в настоящее время можно найти различные модификации применения метода конечных элементов.

Важным аспектом, который необходимо исследовать перед программной реализацией метода – это вопрос сходимости.

В общем виде данную проблему можно описать так.

Пусть физическая (или чисто математическая) постановка задачи требует минимизации функционала χ в некоторой области. Величина χ определяется в виде интеграла по области V и части границы S , на которой неизвестны функции $\{\varphi\}$ или ее производные, т. е. она имеет вид

$$\chi = \int_V f(\{\varphi\}, \frac{\partial}{\partial x}\{\varphi\}, \dots) dV + \int_S g(\{\varphi\}, \frac{\partial}{\partial x}\{\varphi\}, \dots) dS$$

Для того, чтобы уменьшение размеров элементов приводило к сходимости, функции, входящие в выражение χ , должны удовлетворять определенным требованиям полноты. Во-первых, при уменьшении размеров элемента функции f и g в интеграле χ должны оставаться однозначными и хорошо отражать физическую сущность задачи. Таким образом, необходимо удовлетворить следующим критериям:

Критерий 1. Функции формы элемента $[N]$ должны быть таковы, чтобы при соответствующем выборе $\{\varphi_i\}$ и стремлении размеров элемента к нулю можно было получить любые постоянные значения $\{\varphi_i\}$ или ее производных, входящих в функционал χ .

Критерий 2. Функции формы элемента $[N]$ должны быть выбраны так, чтобы $\{\varphi_i\}$ и ее производные, на порядок более низкие, чем производные,

входящие в выражения для f и g , были непрерывны на границе между элементами.

Что касается независимости базиса, то в определенном смысле здесь не должно быть проблемы устойчивости. Решение задачи зависит непрерывным образом от исходных данных; если нагрузка f и все принятые на границе перемещения и силы малы, то энергия деформации в полученном приближенном решении мала. Иными словами, задача корректно поставлена. Трудность заключается в том, что для достижения полной численной устойчивости при стремлении шага сетки к нулю требуемый алгоритм для решения возникающей системы уравнений может оказаться просто слишком сложным. Известно, что ключ к устойчивости лежит в равномерной линейной независимости элементов базиса $\{\varphi_i\}$. Что может быть достигнуто за счет ортогональности элементов функций, которая определяется через равенство нулю их скалярного произведения.

Применение на практике последовательной схемы при расчете строительных конструкций затруднительно. Увеличение размеров рассчитываемой конструкции, измельчение сетки приводит к необходимости хранить и обрабатывать большие массивы данных.

Решение проблем, связанных с необходимостью сокращения расчетного времени, может быть выполнено за счет переработки последовательных схем к параллельному виду.

Методика построения подобных алгоритмов широко распространена и имеет общие принципы в различных областях практического применения, которые можно найти в работах по данной тематике [1].

Построение параллельного алгоритма включает в себя несколько этапов:

- 1) выделение подзадач (в том числе определение однотипных действий);
- 2) определение информационных зависимостей;
- 3) масштабирование;

4) распределение подзадач по процессорам многопроцессорной системы.

Первый этап в реализации параллельной конечно-элементной схемы сводится к декомпозиции области. Структура метода позволяет использовать параллелизм по данным и проводить одинаковые вычисления различных массивов. Выбранную конечно-элементную сетку удобно представлять в виде графа связности элементов и применять алгоритмы разделения на графах. В процессе декомпозиции области необходимо отдельно отмечать признак принадлежности узла границе области.

Основные информационные зависимости, которые характерны в случае моделирования параллельного метода конечных элементов, будут связаны с взаимосвязью узлов и поведением узлов на границе. Декомпозиция может быть выполнена с помощью различных подходов. При изначальном разбиении области можно разделить ее на взаимно неперекрывающиеся полосы. На границах подобластей невязка будет считаться только по части элементов, принадлежащих области влияния данного узла. После каждой итерации потребуется дополнительное суммирование для значений невязки в граничных и подобластных узлах.

Исходную область можно разбить на перекрывающиеся подобласти, которые будут определены некоторым шаблоном. При такой декомпозиции невязка в граничных точках насчитывается в подобласти соседнего процесса.

Решение вопроса о распределении и корректном вычислении в граничных узлах элементов можно осуществить, если считать, что множество элементов разобрано так, что любой узел принадлежит одному элементу. Впоследствии можно выполнить сбор данных при построении общего решения [2].

Вопрос декомпозиции областей также рассмотрен на частном примере в работе Е.Д. Кареповой, В.В. Шайдурова, М.С. Вдовенко «Параллельные реализации метода конечных элементов для краевой задачи для уравнений мелкой воды»: предложены варианты декомпозиций без перекрытий и

декомпозиции с теневыми гранями. Однако общий принцип параллелизма по данным сохранен. Все вычислительные узлы выполняют одни и те же операции, но над разными данными [3].

Этапы масштабирования и равномерного распределения подзадач по узлам вычислительной системы имеют ряд особенностей. Необходимо учитывать мощность каждого узла, а также корректно регулировать передачу служебной информации. Для решения этой проблемы существует несколько технических средств: Open Multi-Processing (OpenMP), Message Passing Interface (MPI), работа с графическими картами с помощью технологии Computer Unified Device Architecture (CUDA) и различные стандартные библиотеки [4].

Технология CUDA предполагает использование высокопроизводительных графических процессоров, на которых осуществляется параллельная обработка потоков данных. На графических процессорах реализованы такие механизмы, как группировка потоков вычислений, разделяемая память и синхронизация с помощью барьеров. Данная технология хорошо применима к методу конечных элементов, поскольку он достаточно однороден [5].

MPI позволяет задействовать несколько устройств в рамках одной сети и спланировать процесс выполнения программы с заданным числом потоков. Однако использование этой технологии приводит к потере производительности при синхронизации потоков.

Специфика метода конечных элементов определяет пути применения параллельных вычислений для расчета. Однако универсальность данного метода приводит к тому, что для каждой отдельной практической задачи при ее решении методом конечных элементов должна быть построена своя параллельная схема. Кроме того, изменение любого существенного аспекта модели обычно также требует переработки алгоритма расчета.

В работах по проектированию параллельных модификаций метода конечных элементов показано значительное сокращение времени расчета. В работе «Использование видеокарт для выполнения вычислений при решении Дневник науки | www.dnevniknauki.ru | СМИ ЭЛ № ФС 77-68405 ISSN 2541-8327

задач строительной механики методом конечных элементов» дана сравнительная характеристика последовательной и параллельной расчетной схемы на примере расчета нагрузок в узлах плиты конечной жесткости и упругого основания. Время расчета на этапе решения системы линейных уравнений удалось сократить в 9 раз [6].

С учетом проводимых исследований в области оптимизации расчета строительных конструкций методом конечных элементов можно сделать вывод о том, что задача построения оптимального алгоритма с применением параллельных схем расчета остается актуальной. Параллельная модификация широко рассматривается при решении ряда практических задач [7].

При решении конкретной практической задачи с использованием данной расчетной схемы можно выбирать как уже разработанные методы, так и проектировать адаптированный, более качественный алгоритм.

Библиографический список

1. Гергель В.П., Высокопроизводительные вычисления для многоядерных многопроцессорных систем. Учебное пособие – Нижний Новгород: Изд-во ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2010.
2. Копысов С.П., Кузьмин И.М. Параллельная реализация конечно-элементных алгоритмов на графических ускорителях в программном комплексе FEStudio. // Компьютерные исследования и моделирование. - 2014. - №1. - С. 79-97.
3. Карепова Е.Д., Шайдуров В.В. Параллельные реализации методы конечных элементов для краевой задачи для уравнений мелкой воды. // Математическое моделирование и программирование. 2009. - Вып. 3. - С. 73-85

4. Гусев А.П. Алгоритм равномерного распределения вычислительной нагрузки на кластере методом деревьев нитей // Молодежный научно-технический вестник.
5. Ляпин А.А., Панасюк Е.Л. Использование видеокарт для выполнения вычислений при решении задач строительной механики методом конечных элементов. //Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ». - 2012. - №4.
6. Матвеев А.Д. Параллельные алгоритмы вычисления матриц жесткости конечных элементов высокого порядка многомерных задач матфизики. // Вычислительные технологии. - 1996. - №1.
7. Сокращение времени расчета кузова автотранспортного средства на примере ВАЗ 2110 / А.В. Зонов, А.С. Кропачева // Сборник научных трудов по материалам международной научно-практической конференции / ООО «Консалтинговая компания ЮКОМ» - Тамбов, 2015. – С.64-66.