

УДК 658.562

***ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГИСТОГРАММ ДЛЯ ОЦЕНКИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ
УПРАВЛЯЕМОСТИ ПРОЦЕССА ТОКАРНОЙ ОБРАБОТКИ***

Беликова Е.В.

*инженер-технолог-программист 2 категории,
ПАО «Калужский Турбинный Завод»,
Калуга, Россия.*

Кравцов Д.С.

*ведущий инженер-технолог-программист,
ПАО «Калужский Турбинный Завод»,
Калуга, Россия.*

Пучков М.Д.

*ведущий инженер-технолог-программист,
ПАО «Калужский Турбинный Завод»,
Калуга, Россия.*

Тагиев А.А.

*ведущий инженер-технолог-программист,
ПАО «Калужский Турбинный Завод»,
Калуга, Россия.*

Аннотация

В данном исследовании рассматриваются возможности применения гистограммы распределения для анализа качества производственного процесса на примере изготовления детали «вал-шестерня». Производится контроль диаметра поверхности под зубчатое колесо ($\varnothing 20h9_{(-0,052)}$ мм), достигаемого посредством токарной обработки на станке с числовым программным управлением (ЧПУ). Описана методика построения гистограммы, позволяющая оценить вариативность показателей и выявить закономерности. Анализ показал, что процесс характеризуется высокой точностью и стабильностью, подтверждая

его оптимальное функционирование без необходимости корректировок.

Ключевые слова: гистограмма, статистическая управляемость, управление качеством, токарная обработка.

USING HISTOGRAMS TO EVALUATE THE STATISTICAL CONTROLLABILITY OF THE TURNING PROCESS

Belikova E.V.

engineer-technologist-programmer of the 2nd category,

Kaluga Turbine Works PJSC,

Kaluga, Russia.

Kravcov D.S.

lead engineer-technologist-programmer,

Kaluga Turbine Works PJSC,

Kaluga, Russia.

Puchkov M.D.

lead engineer-technologist-programmer,

Kaluga Turbine Works PJSC,

Kaluga, Russia.

Tagiev A.A.

lead engineer-technologist-programmer,

Kaluga Turbine Works PJSC,

Kaluga, Russia.

Annotation

This study examines the possibilities of using a distribution histogram to analyze the quality of the production process using the example of manufacturing a shaft-gear part. The diameter of the surface under the gear wheel ($\text{Ø}20\text{h}9_{(-0.052)}$ mm) is monitored, achieved by turning on a numerically controlled machine (CNC). The method of constructing a histogram is described, which makes it possible to evaluate the

variability of indicators and identify patterns. The analysis showed that the process is characterized by high accuracy and stability, confirming its optimal functioning without the need for adjustments.

Keywords: histogram, statistical controllability, quality management, turning.

Гистограмма распределения – это инструмент для анализа качества, позволяющий оценивать статистическую стабильность того или иного производственного процесса.

В данном контексте мы рассматриваем процесс изготовления детали «вал-шестерня», а именно диаметр поверхности под зубчатое колесо ($\text{Ø}20\text{h}9_{(-0,052)}$ мм), который достигается посредством токарной обработки на станке с ЧПУ.

Гистограмма представляет собой столбиковую диаграмму, которая отображает количественные данные, распределённые по частоте попадания в определённый диапазон значений.

Этот график помогает анализировать вариативность изучаемого показателя, устанавливать с заданной степенью вероятности истинное значение параметра и оценивать отклонение полученных измерений от среднего уровня. Кроме того, гистограмма служит удобным способом оперативного управления параметрами, влияющими на производственный процесс [6].

Её визуальная форма позволяет выявлять закономерности и особенности данных, которые могут остаться незамеченными при их табличной форме представления.

Теперь кратко рассмотрим методику создания гистограмм:

1. На первом этапе формируется выборка – собираются исходные данные за конкретный временной промежуток.

2. Затем определяется размах выборки, то есть разница между максимальным и минимальным значением.

3. Этот размах разбивается на равновеликие интервалы (интервалы гистограммы). Количество таких интервалов рекомендуется в зависимости от объёма данных в выборке.

4. Устанавливаются границы интервалов гистограммы.

5. Рассчитываются частоты попаданий значений в каждый из этих интервалов.

6. Построен столбчатый график гистограммы: на оси X располагаются границы интервалов, а на оси Y – частота попаданий соответствующих значений.

Далее следует проанализировать полученную гистограмму, чтобы сделать выводы о текущем состоянии исследуемого процесса [1].

Сравнение гистограммы с нормативами (например, при контроле твёрдости детали после термической обработки с учётом допустимых отклонений) даёт важную информацию об управляемости и качестве процесса.

Для обеспечения управляемости технологического процесса важны такие параметры, как его точность и стабильность.

Стабильность гарантирует повторяемость процесса. Чем меньше разброс значений контролируемых параметров в пределах допуска, тем легче управлять ими.

Точность и стабильность технологического процесса оцениваются путём сравнения выборочных статистических показателей (таких как среднее арифметическое \bar{X} и стандартное отклонение S) с их номинальными значениями, установленными нормами.

Среднее арифметическое значение контролируемого параметра рассчитывается по формуле:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i,$$

где X_i – отдельное значение контролируемого параметра;

n – количество значений контролируемого параметра.

Стандартное отклонение рассчитывается по формуле:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}.$$

В данной ситуации номинальное среднее арифметическое будет соответствовать значению, находящемуся посередине диапазона допуска для исследуемого размера, ограниченного верхним USL и нижним LSL пределами поля допуска:

$$X_0 = \frac{USL + LSL}{2}.$$

В качестве номинального стандартного отклонения принимается шестая часть ширины поля допуска:

$$\sigma = \frac{USL - LSL}{6} [3].$$

Определим эти параметры для размера $\varnothing 20h9_{(-0,052)}$ мм:

$$X_0 = \frac{20 + 19,948}{2} = 19,974 \text{ мм};$$

$$\sigma = \frac{20 - 19,948}{6} = 0,0087$$

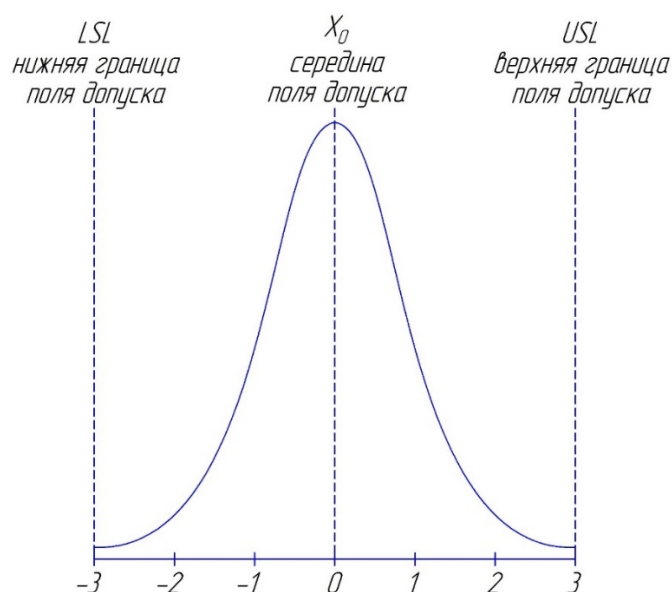


Рисунок 1 – Середина, верхняя и нижняя границы поля допуска [3]

Основными индикаторами уровня качества и состояния процесса являются коэффициент точности T_p и индекс воспроизводимости (или индекс возможностей процесса) C_p .

Коэффициент точности определяется по формуле:

$$T_p = \frac{|X_0 - \bar{X}| \cdot \sqrt{n}}{2S}.$$

Индекс воспроизводимости определяется по формуле:

$$C_p = \frac{\sigma}{S} = \frac{USL - LSL}{6S}.$$

Индекс воспроизводимости процесса отражает соотношение между шириной допустимого диапазона и величиной разброса контролируемого параметра.

Количественные показатели T_p и C_p используются для оценки состояния процесса (таблица 1) [2].

Таблица 1 - Оценка состояния процесса по критериям точности и воспроизводимости

T_p	C_p	Состояние процесса
> 1	< 1	Процесс неточен и нестабилен (невоспроизводим)
≤ 1	< 1	Процесс точен, но нестабилен (невоспроизводим)
> 1	≥ 1	Процесс неточен, но стабилен (воспроизводим)
≤ 1	≥ 1	Процесс точен и стабилен (воспроизводим)

Существует несколько способов анализа состояния процесса с применением гистограмм, коэффициентов точности и индексов воспроизводимости. На рисунке 2 представлены три наиболее типичных примера таких ситуаций [5].

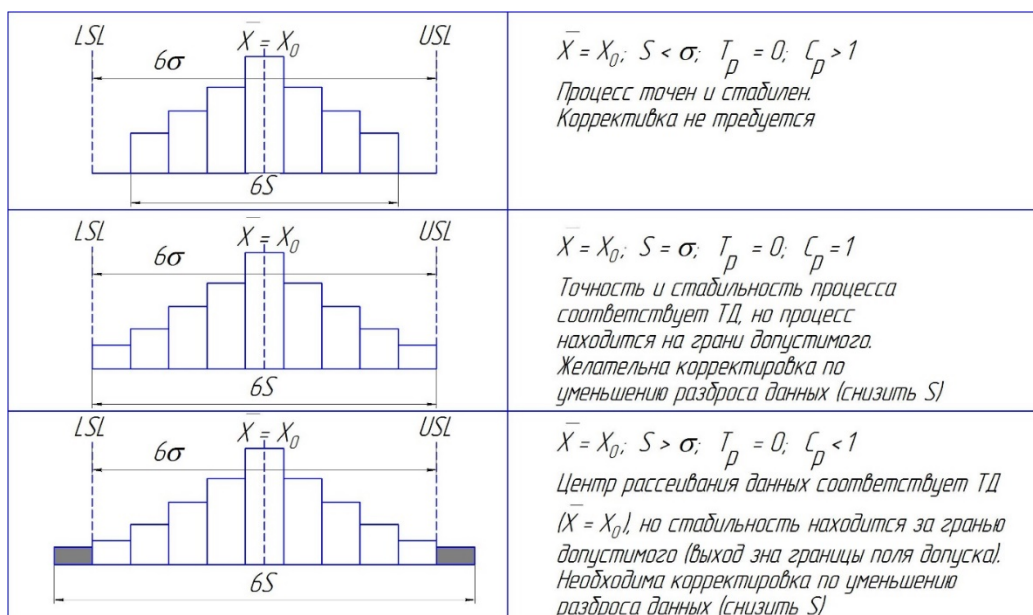


Рисунок 2 – Анализ статистической управляемости процесса с помощью гистограмм [5]

Далее в исследовании будет проведена оценка статистической управляемости процесса производства детали «вал-шестерня» по диаметру поверхности под зубчатое колесо.

Для этой цели в рамках выполнения данного исследования были проведены замеры 100 деталей по указанному размеру. Измерения выполнялись на координатно-измерительной машине Faro Platinum Arm.

Полученные результаты измерений представлены в таблице 2.

Таблица 2 – результаты измерений

№ п/п	X_i	№ п/п	X_i	№ п/п	X_i	№ п/п	X_i
1	19,975	26	19,984	51	19,979	76	19,992
2	19,965	27	19,971	52	19,963	77	19,973
3	19,978	28	19,984	53	19,966	78	19,969
4	19,974	29	19,972	54	19,972	79	19,976
5	19,973	30	19,979	55	19,981	80	19,977
6	19,977	31	19,964	56	19,970	81	19,978
7	19,963	32	19,967	57	19,979	82	19,967
8	19,975	33	19,982	58	19,976	83	19,980

9	19,973	34	19,957	59	19,955	84	19,974
10	19,963	35	19,979	60	19,963	85	19,969
11	19,961	36	19,974	61	19,963	86	19,965
12	19,978	37	19,986	62	19,965	87	19,991
13	19,967	38	19,959	63	19,972	88	19,969
14	19,981	39	19,976	64	19,971	89	19,976
15	19,975	40	19,969	65	19,968	90	19,973
16	19,967	41	19,989	66	19,978	91	19,976
17	19,974	42	19,992	67	19,974	92	19,969
18	19,978	43	19,977	68	19,983	93	19,979
19	19,971	44	19,974	69	19,974	94	19,967
20	19,975	45	19,975	70	19,963	95	19,990
21	19,953	46	19,963	71	19,965	96	19,976
22	19,986	47	19,977	72	19,994	97	19,984
23	19,969	48	19,987	73	19,980	98	19,977
24	19,966	49	19,981	74	19,988	99	19,974
25	19,977	50	19,977	75	19,956	100	19,963

В первую очередь определяются наименьшее и наибольшее из измеренных значений:

$$X_{\min} = 19,952 \text{ мм.}$$

$$X_{\max} = 19,993 \text{ мм.}$$

Затем определяется выборочный размах (разница между наибольшим и наименьшим значениями):

$$R = X_{\max} - X_{\min} = 19,993 - 19,952 = 0,041 \text{ мм.}$$

Согласно рекомендациям ВНИИМС число интервалов для построения гистограммы выбирается $k = 7$ исходя из количества значений в исследуемой выборке [4].

Ширина интервала гистограммы:

$$\Delta X = \frac{R}{k} = \frac{0,041}{7} = 0,0059.$$

Далее определяются границы (начала и окончания) интервалов гистограммы, а также частоты попадания значений в каждый интервал (таблица 3).

Таблица 3 - Границы интервалов гистограммы и частоты попадания в них

Границы		Частота m_i
Начало	Окончание	
19,952	19,9574	5
19,9574	19,9633	5
19,9633	19,9691	14
19,9691	19,9750	32
19,9750	19,9808	24
19,9808	19,9867	12
19,9867	19,993	8
		$\Sigma = 100$

Построим столбчатую диаграмму гистограммы (рис.3). По оси абсцисс разместим границы интервалов, а по оси ординат укажем частоту попаданий измеренных значений в эти интервалы.

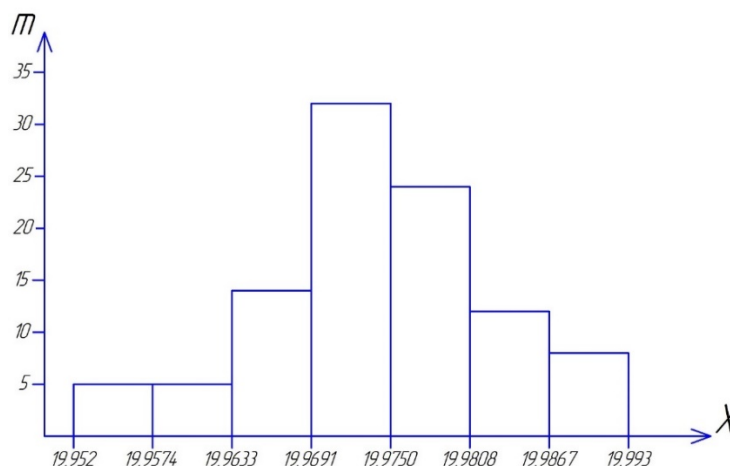


Рисунок 3 – Гистограмма (авторская разработка)

Важно подчеркнуть, что точность статистической оценки качества при многократных измерениях значительно зависит от правильности выбора теоретического закона распределения вероятностей результатов измерений.

На практике, когда на показатель качества влияет множество случайных

факторов, распределение вероятностей исследуемого параметра обычно соответствует нормальному закону.

Однако прежде, чем приступить к статистическому анализу данных, необходимо проверить гипотезу о нормальности распределения выборочных значений параметра.

Для проверки нормальности распределения воспользуемся критерием Пирсона.

Если выдвигаемая гипотеза предполагает нормальное распределение, то для расчёта вероятностей применим функцию Лапласа:

$$P(X_1 \leq X \leq X_2) = \Phi(t_2) - \Phi(t_1)$$

где X_1 и X_2 обозначают начало и конец интервала гистограммы соответственно. Учтём, что окончание одного интервала является началом следующего. Для каждого из этих значений вычислим относительный доверительный интервал t по формуле

$$t_i = \frac{X_i - \bar{X}}{S},$$

затем найдём соответствующие значения функции Лапласа $\Phi(t_1)$ и $\Phi(t_2)$ из таблицы [7].

При расчёте критерия Пирсона важно учитывать, что в каждом интервале должно содержаться не менее пяти результатов измерений. Если какой-то интервал содержит менее пяти результатов, его нужно объединить с соседним. В нашем случае таких интервалов нет.

Доверительная вероятность P_i для каждого интервала рассчитывается по следующей формуле:

$$P_i = \Phi_i - \Phi_{i-1}$$

Рассчитаем значение критерия Пирсона для каждого интервала

$$\chi_i^2 = \frac{(m_i - nP_i)^2}{nP_i}$$

и найдем его суммарное значение:

$$\chi^2 = \sum \chi_i^2 = 8,575.$$

Все результаты проводимых вычислений занесем в таблицу 4.

Таблица 4 - Результаты вычислений критерия Пирсона

i	Интервалы		m_i	t_{i-1}	t_i	Φ_{i-1}	Φ_i	P_i	χ_i^2
	X_{i-1}	X_i							
1	19,952	19,9574	5	-2,60	-1,91	0,0047	0,0279	0,0232	3,086
2	19,9574	19,9633	5	-1,91	-1,23	0,0279	0,1101	0,0822	1,260
3	19,9633	19,9691	14	-1,23	-0,54	0,1101	0,2947	0,1846	1,080
4	19,9691	19,9750	32	-0,54	0,15	0,2947	0,5584	0,2636	1,205
5	19,9750	19,9808	24	0,15	0,83	0,5584	0,7977	0,2393	0,001
6	19,9808	19,9867	12	0,83	1,52	0,7977	0,9357	0,1380	0,236
7	19,9867	19,993	8	1,52	2,21	0,9357	0,9863	0,0506	1,709
									$\Sigma=8,575$

Найдем табличное (критическое) значение χ_{α}^2 критерия Пирсона, установив уровень доверия равным 0,95 (этот уровень часто используется для проверки статистических гипотез) и рассчитав число степеней свободы по формуле $r = k - 3$, где k — количество интервалов гистограммы после объединения [5].

$$r = 7 - 3 = 4$$

Тогда $\chi_{\alpha}^2 = 9,488$.

Сравним расчетное значение критерия Пирсона с табличным:

$$\chi_{\alpha}^2 = 9,488 > \chi^2 = 8,575.$$

Следовательно, с вероятностью 0,95 гипотеза о нормальности закона распределения результатов измерений для исследуемого размера принимается.

Теперь перейдем к оценке точности и стабильности процесса изготовления детали «вал-шестерня» по данному размеру.

Рассчитаем среднее арифметическое значение:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n X_i = 19,974 \text{ мм.}$$

Рассчитаем стандартное отклонение:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} = 0,0085 \text{ мм.}$$

Определим номинальное среднее арифметическое (значение твердости, соответствующее середине поля допуска, ограниченного верхней USL и нижней LSL границами поля допуска):

$$X_0 = \frac{USL + LSL}{2} = \frac{20 + 19,948}{2} = 19,974 \text{ мм.}$$

Определим номинальное стандартное отклонение, за которое принимается шестая часть ширины поля допуска:

$$\sigma = \frac{USL - LSL}{6} = \frac{20 - 19,948}{6} = 0,0087 \text{ мм.}$$

Показателями уровня качества состояния процесса служат коэффициент точности T_p и индекс воспроизводимости (индекс возможности процесса) C_p .

Определим коэффициент точности:

$$T_p = \frac{|X_0 - \bar{X}| \cdot \sqrt{n}}{2S} = \frac{|19,974 - 19,973| \cdot \sqrt{100}}{2 \cdot 0,0085} = 0,059.$$

Определим индекс воспроизводимости:

$$C_p = \frac{\sigma}{S} = \frac{USL - LSL}{6S} = \frac{0,0087}{0,0085} = 1,024.$$

Индекс воспроизводимости процесса показывает отношение ширины допустимого диапазона к величине разброса контролируемого параметра.

Проанализируем показатели уровня качества состояния процесса изготовления детали по рассматриваемому размеру:

$$T_p = 0,059 < 1.$$

$$C_p = 1,024 > 1.$$

Значения указанных показателей указывают на то, что процесс производства детали «вал-шестерня» по рассматриваемому размеру характеризуется точностью и стабильностью. Это подтверждается и анализом построенной гистограммы, ширина которой оказывается меньше установленного поля допуска. Таким образом, процесс функционирует оптимально, и необходимость в его корректировке отсутствует.

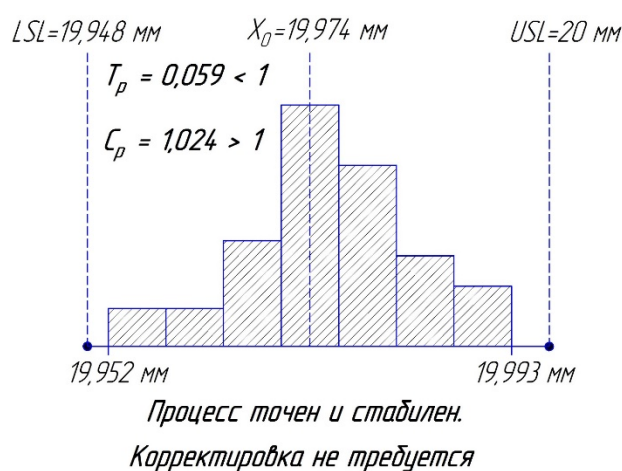


Рисунок 4 – Анализ точности и стабильности процесса изготовления детали «вал-шестерня» по исследуемому размеру с помощью гистограммы (авторская разработка)

В данном исследовании проведен комплексный статистический анализ процесса производства детали «вал-шестерня», включающий оценку управляемости и стабильности технологического процесса. Полученные данные демонстрируют высокую степень соответствия параметров изделия установленным требованиям, что подтверждается результатами анализа гистограмм и расчетами коэффициента точности и индекса воспроизводимости. Установлено, что распределение измеряемых величин подчиняется нормальному закону, что позволяет сделать выводы о надежности и предсказуемости производственного процесса.

Библиографический список:

1. Жулинский С.Ф. Статистические методы в современном менеджменте качества / С.Ф. Жулинский, Е.С. Новиков, В.Я. Поспелов. М.: Фонд «Новое тысячелетие». 2001. 208 с.
2. Косых А.П., Курбонов Р.Б. Обеспечение качества и стабильности технологического процесса изготовления продукции //3D технологии в решении научно-практических задач. Сборник статей всероссийской научно-практической конференции-Красноярск: СибГУ, 2021.-306 с. – 2021. – С. 74.
3. Мойзес, Б.Б. Статистические методы контроля качества и обработка экспериментальных данных: учебное пособие для вузов/ Б.Б. Мойзес, И.В. Плотникова, Л.А. Редько. 2-е изд. Москва: Издательство Юрайт, 2022 ; Томск : Томский политехнический университет. 118 с.
4. Пухаренко, Ю. В. Метрология, стандартизация и сертификация : учебное пособие для вузов / Ю. В. Пухаренко, В. А. Норин. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 424 с.
5. Рожков Н.Н. Статистические методы контроля и управления качеством продукции: учебное пособие для вузов / Н.Н. Рожков. 2-е изд., перераб. и доп. Москва: Издательство Юрайт, 2022. 154 с.
6. Шишкин И.Ф. Основы метрологии, стандартизации и контроля качества: Учеб. пособие. М.: Изд-во стандартов, 1987. 320 с.
7. Юдин С. В., Калинин Н. В., Юдин А. С. Статистические методы управления качеством как часть управленческой культуры //Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2022. – №. 5. – С. 18-28.

Оригинальность 81%