

УДК 378.147+ 378.046.4

DOI 10.51691/2541-8327_2023_12_37

***АВТОМАТИЧЕСКАЯ ГЕНЕРАЦИИ ЗАДАЧ ПО КУРСУ
«АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ» В ИОС NОМОТЕХ***

Димитриенко Ю.И.

*Доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой
Московский государственный технический университет имени Н.Э.Баумана,
Москва, Россия*

Милехина Е.Н.

*Старший преподаватель
Московский государственный технический университет имени Н.Э.Баумана,
Москва, Россия*

Зубарев К.М.

*Старший преподаватель
Московский государственный технический университет имени Н.Э.Баумана,
Москва, Россия*

Васильев Д.Д.

*Студент
Московский государственный технический университет имени Н.Э.Баумана,
Москва, Россия*

Аннотация. В данной работе рассматривается метод автоматической генерации задач по курсу аналитической геометрии. На двух примерах авторы рассматривают проблемы случайного подбора значений при генерации условий, которые влияют на сложность вычислений. В работе предложен алгоритм, позволяющий уменьшить вероятность арифметической ошибки, и позволяет сосредоточиться студенту на ходе решения задачи. Разработанные алгоритмы реализованы на базе информационной образовательной среды Nomotex. Преимущество данного способа

заключается в экономии времени, так как автоматическая генерация задач позволяет сократить время, затрачиваемое на составление множества вариантов.

Ключевые слова: цифровая образовательная среда, ИОС NOMOTEX, генерация задач, аналитическая геометрия, матричное уравнение

***AUTOMATIC GENERATION OF TASKS FOR THE COURSE
“ANALYTICAL GEOMETRY” IN IOS NOMOTEX***

Dimitrienko Yu.I.

*Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department
Bauman Moscow State Technical University,
Moscow, Russia*

Milekhina E.N.

*Senior Teacher
Bauman Moscow State Technical University,
Moscow, Russia*

Zubarev K.M.

*Senior Teacher
Bauman Moscow State Technical University,
Moscow, Russia*

Vasilev D.D.

*Student
Bauman Moscow State Technical University,
Moscow, Russia*

Abstract. This paper discusses a method for automatically generating problems for an analytical geometry course. Using two examples, the authors examine the problems of random selection of values when generating conditions that affect the complexity of calculations. The paper proposes an algorithm that reduces the
Дневник науки | www.dnevnika.ru | СМЭЛ № ФС 77-68405 ISSN 2541-8327

likelihood of an arithmetic error and allows the student to concentrate on the progress of solving the problem. The developed algorithms are implemented on the basis of the Nomotex educational information environment. The advantage of this method is that it saves time, since automatic generation of tasks allows you to reduce the time spent on compiling many options.

Keywords: Digital Learning System, DLS NOMOTEX, problem generation, analytical geometry, matrix equation.

Введение

Развитие цифровых технологий в образовательном пространстве является важнейшим трендом современного образования, дающего возможность значительно повысить качество обучения студентов на пути их становления как высококвалифицированных специалистов [3; 4].

Цифровые образовательные технологии – это инновационный способ организации учебного процесса, основанный на использовании электронных систем, обеспечивающих наглядность. Целью применения цифровых технологий является повышение качества и эффективности учебного процесса [1;5].

Следует отметить, что цифровые технологии обеспечивают массу возможностей для улучшения образования, но их интеграция в учебный процесс далеко не проста [2].

Одним из инновационных подходов к обучению является автоматическая генерация задач [1;2;6]. Актуальность данной темы заключается в том, что современные студенты все более ориентированы на технологии и предпочитают интерактивные методы обучения [12;13]. Автоматическая генерация задач позволяет соответствовать этим требованиям, предоставляя студентам уникальные задания и возможность получать обратную связь незамедлительно. Такой подход стимулирует

интерес студентов к изучаемому материалу и способствует их более глубокому пониманию и развитию аналитических навыков.

В данной работе рассматривается реализация автоматической генерации задач в информационно-образовательной среде Nomotex [7;11], на примере курса "аналитическая геометрия". Этот подход позволяет создавать уникальные задачи, адаптированные к уровню каждого студента, что способствует более эффективному усвоению материала.

Используя специальные алгоритмы, платформа Nomotex может генерировать задачи различной сложности, охватывая различные темы аналитической геометрии, такие как уравнения прямых и плоскостей, расстояния между точками, углы между прямыми и плоскостями и т.д. Это позволяет студентам получать персонализированные задания, соответствующие их уровню знаний и способностям. Кроме того, платформа предоставляет дополнительные материалы для изучения, что делает процесс обучения более эффективным и удобным.

Таким образом, автоматическая генерация задач по курсу "аналитическая геометрия" в информационно-образовательной среде Nomotex является инновационным подходом, который способствует более эффективному обучению студентов и развитию их аналитических навыков.

Но не для всех задач целесообразна генерация условий абсолютно случайным образом, например, в задачах где большие значения повышают вероятность арифметической ошибки, при этом не усложняя алгоритм решения задачи [8;9]. Так как основной целью курса является исследование свойств прямых, плоскостей и поверхностей, в этом случае, арифметические вычисления не являются главным фактором при оценке знаний студента. Более важным аспектом является ход решения задачи, который определяет успех или неудачу в достижении результата. Он помогает структурировать информацию, анализировать ее и применять соответствующие методы и

инструменты. Поэтому целесообразно подбирать значения в задаче таким образом, чтобы уменьшить сложность арифметических вычислений.

Генерация задач в курсе «Аналитическая геометрия»

Рассмотрим автоматическую генерацию задач по курсу «Аналитическая геометрия» в ИОС NOMOTEX, все рассмотренные ниже примеры реализованы средствами я Python

Первый пример – это задача на вычисление объема тетраэдра с вершинами в точках $A_1(a_{11}; a_{12}; a_{13})$, $A_2(a_{21}; a_{22}; a_{23})$, $A_3(a_{31}; a_{32}; a_{33})$, $A_4(a_{41}; a_{42}; a_{43})$, его высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $(A_1A_2A_3)$, а также площадь грани $(A_1A_2A_3)$.

В данной задаче различные варианты можно составить, выбирая координаты точек таким образом, чтобы векторы $\overrightarrow{A_1A_2}$, $\overrightarrow{A_1A_3}$ и $\overrightarrow{A_1A_4}$, на которых построен тетраэдр, не были компланарны, т.е. смешанное произведение данных векторов отлично от нуля:

$$\langle \overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_1A_3}, \overrightarrow{A_1A_4} \rangle = \begin{vmatrix} a_{21} - a_{11} & a_{22} - a_{12} & a_{23} - a_{13} \\ a_{31} - a_{11} & a_{32} - a_{12} & a_{33} - a_{13} \\ a_{41} - a_{11} & a_{42} - a_{12} & a_{43} - a_{13} \end{vmatrix} \neq 0.$$

При этом, значения координат точек выбираются целыми и по модулю не превышающими пяти, т.е. $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{33} = -5, -4, \dots, 5$, для того чтобы уменьшить вероятность арифметической ошибки и избежать громоздких значений при вычислении объема V , площади основания S и высоты пирамиды H по следующим формулам:

$$V = \frac{1}{6} \left| \langle \overrightarrow{A_1A_2}, \overrightarrow{A_1A_3}, \overrightarrow{A_1A_4} \rangle \right| = \frac{1}{6} \left\| \begin{vmatrix} a_{21} - a_{11} & a_{22} - a_{12} & a_{23} - a_{13} \\ a_{31} - a_{11} & a_{32} - a_{12} & a_{33} - a_{13} \\ a_{41} - a_{11} & a_{42} - a_{12} & a_{43} - a_{13} \end{vmatrix} \right\|,$$

$$S = \frac{1}{2} \left\| \left[\overrightarrow{A_1A_2}; \overrightarrow{A_1A_3} \right] \right\| = \frac{1}{2} \left\| \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_{21} - a_{11} & a_{22} - a_{12} & a_{23} - a_{13} \\ a_{31} - a_{11} & a_{32} - a_{12} & a_{33} - a_{13} \end{vmatrix} \right\|,$$

$$H = \frac{3V}{S}.$$

Второй пример – задача, в которой надо решить матричное уравнение вида $AXB = C$, решение можно найти по следующей формуле

$$X = A^{-1}CB^{-1} \quad (1)$$

Таким образом для решения задачи необходимо найти обратные матрицы A^{-1} и B^{-1} , и далее перемножить три матрицы. В обратной матрице появляются дробные значения, что повышает сложность арифметических вычислений. Для того чтобы уменьшить вероятность вычислительной ошибки авторами статьи был реализован следующий алгоритм.

Матрицы A и B составляется таким образом, чтобы нахождение обратных матриц занимало одинаковое количество времени, вне зависимости от метода нахождения обратной матрицы, и при этом значения матриц должны получаться удобными для дальнейших вычислений

Для этого значения матриц подбираются таким образом, чтобы определитель был равен $\pm 1, \pm 2$.

Используя свойства определителя, можно составить такую матрицу: составляется верхняя треугольная матрица, определитель которой равен произведению элементов главной диагонали, поэтому элементы на диагонали подбираются так, чтобы определитель был равен заданному значению, а остальные элементы матрицы подбираются случайным образом в заданном диапазоне целых чисел. Аналогично подбирается составляется нижне треугольная матрица, далее эти матрицы умножаются, в итоге мы получаем матрицу с заданным значением определителя, такой метод работает существенно быстрее, чем простой перебор и в то же время позволяет получить матрицу с произвольными значениями в заданном диапазоне. Например, для того чтобы составить матрицу с определителем равным 1, были сгенерированы следующие матрицы.

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 & -3 \\ 1 & -5 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

По такому алгоритму составляются матрицы A и B , матрица C составляется случайным образом из целых чисел в заданном диапазоне, далее по формуле (1) находится решение матричного уравнения. При решении задачи студент вводит не только итоговый ответ, а также матрицы A^{-1} и B^{-1} , что позволяет проверять ход решения задачи и начислять не полный балл при наличии арифметической ошибки.

Выводы

Преимущество данного способа заключается в экономии времени, т.к. автоматическая генерация задач позволяет сократить время, затрачиваемое на составление множества вариантов и благодаря автоматизации можно пополнить базу задач за меньшее время. Данный алгоритм был реализован в ИОС Nomotex, и позволяет каждый раз генерировать задачу случайным образом.

Библиографический список:

1. Автоматическая проверка задач на собственные вектора в цифровой образовательной среде Nomotex / Ю. И. Димитриенко, К. М. Зубарев, А. В. Алесин [и др.] // Дневник науки. – 2022. – № 12(72). – DOI 10.51691/2541-8327_2022_12_37. – EDN ZAEONI.
2. Автоматизация проверки задач с перестановками в цифровой образовательной среде Nomotex / Ю. И. Димитриенко, Е. А. Губарева, К. М. Зубарев [и др.] // Дневник науки. – 2022. – № 8(68). – DOI 10.51691/2541-8327_2022_8_6. – EDN ESXGEN.
3. Анисова, Т. Л. Формирование педагогических компетенций в процессе обучения бакалавров и магистров по направлению подготовки "Математика и компьютерные науки" / Т. Л. Анисова // Современные

проблемы науки и образования. – 2022. – № 6-1. – С. 95. – DOI 10.17513/spno.32374. – EDN ANSIZI.

4. Анисова, Т. Л. Принципы методики обучения математике, направленной на повышение математической компетентности бакалавров / Т. Л. Анисова // Современные проблемы науки и образования. – 2018. – № 1. – С. 2. – EDN YPOEQZ.

5. Ваганова О.И. Цифровые технологии в образовательном пространстве / О.И. Ваганова, А.В. Гладков, Е.Ю. Коновалова// Балтийский гуманитарный журнал. – 2020. – Т. 9. – №. 2 (31). – С.53-56.

6. Гилев, П. А. Автоматическая генерация и проверка задач по дисциплинам математического цикла в высшей школе / П. А. Гилев, В. К. Казанков, А. В. Табиева // Современное педагогическое образование. – 2022. – № 11. – С. 142-147. – EDN ZXXGEI.

7. Димитриенко Ю.И., Губарева Е.А. Новая технология математической подготовки инженерных кадров, основанная на нейросетевой модели знаний / Ю.И. Димитриенко, Е.А. Губарева // Инновации в образовании. – 2017. – №11. – С.129-140.

8. Кирпичева, И. А. Генерация оптимальных исходных данных для учебных радиотехнических задач / И. А. Кирпичева, А. В. Останков // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2019. – Т. 15, № 2. – С. 115-121. – DOI 10.25987/VSTU.2019.15.2.014. – EDN ZDUVSP.

9. Ковальчук, А. Д. Автоматизированная генерация задач на доказательство свойств целочисленных последовательностей / А. Д. Ковальчук, Л. В. Гаев // Наука и образование: проблемы, идеи, инновации. – 2016. – № 1(2). – С. 57-59. – EDN UEJDKE.

10. Козлова Н.Ш. Цифровые технологии в образовании // Вестник Майкопского государственного технологического университета. 2019. Вып. 1/40. С. 83-91. DOI: 10.24411/2078-1024-2019-11008

11. Компьютерные визуализации кривых второго порядка на платформе Nomotex / Ю. И. Димитриенко, Е. А. Губарева, С. В. Сборщиков, К. М. Зубарев // Дневник науки. – 2019. – № 11(35). – С. 28. – EDN ZUBYLQ.

12. Посов, И. А. Автоматическая генерация задач / И. А. Посов // Компьютерные инструменты в образовании. – 2007. – № 1. – С. 54-62. – EDN KVMOWF.

13. Стоянова, Ю. В. Генерация индивидуальных вариантов сюжетных задач по математике на основе наборов параметров / Ю. В. Стоянова // Информационно-коммуникационные технологии в педагогическом образовании. – 2021. – № 4(73). – С. 53-56. – EDN EHKVM.

Оригинальность 87%