

УДК 539.32

**МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ БАЛКИ ИЗ
СЛОИСТО-ВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИТА**

Володин П.В.

*Студент 4 курса, Аэрокосмического факультета,
Кафедра “Механика композиционных материалов и конструкций”,
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия*

Протопопова Ю. Д.

*Студент 4 курса, Аэрокосмического факультета,
Кафедра “Механика композиционных материалов и конструкций”,
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия*

Долгих Д.Ю.

*Студент 4 курса, Аэрокосмического факультета,
Кафедра “Механика композиционных материалов и конструкций”,
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия¹*

Аннотация

В работе были рассмотрены варианты двутавровой балки из композиционных материалов: стеклопластика, углепластика, боропластика, органопластика. Для выявления лучшей схемы армирования был выполнен расчёт эффективных упругих характеристик пакетов, армированных по 3 схемам: $30^\circ/90^\circ/-30^\circ$, $45^\circ/90^\circ/-45^\circ$, $60^\circ/90^\circ/-60^\circ$. Полученные данные использованы для

¹ Науч.рук. профессор, доктор физ.-мат. наук А.А.Чекалкин

вычисления несущей способности балки двутаврового сечения с помощью теории Тимошенко.

Ключевые слова: стеклопластик, углепластик, органопластик, боропластик, эффективные упругие характеристики, композиционный материал, расчетная модель, теория изгиба балок Тимошенко.

***MODELING THE LOAD-LOADING CAPACITY OF A LAYERED-FIBER
COMPOSITE BEAM***

Volodin P.V.

*4th year student, Aerospace Faculty,
Department of “Mechanics of Composite Materials and Structures”,
Perm National Research Polytechnic University,
Perm, Russia*

Protopopova Y. D.

*4th year student, Aerospace Faculty,
Department of “Mechanics of Composite Materials and Structures”,
Perm National Research Polytechnic University,
Perm, Russia*

Dolgikh D.Y.

*4th year student, Aerospace Faculty,
Department of “Mechanics of Composite Materials and Structures”,
Perm National Research Polytechnic University,
Perm, Russia*

Abstract

The work examined options for an I-beam made of composite materials: fiberglass, carbon fiber, boron plastic, organoplastic. To identify the best reinforcement scheme, a calculation was made of the effective elastic characteristics of packages reinforced according to 3 schemes: $30^{\circ}/90^{\circ}/-30^{\circ}$, $45^{\circ}/90^{\circ}/-45^{\circ}$, $60^{\circ}/90^{\circ}/-60^{\circ}$. The data obtained were used to calculate the load-bearing capacity of an I-section beam using the theory of bending of Timoshenko beams.

Keywords: fiberglass, carbon fiber, organoplastic, boron plastic, effective elastic characteristics, composite material, calculation model, Timoshenko beam bending theory.

Введение

Композиты имеют ряд преимуществ в сравнении с другими, более традиционными материалами, например, сталью:

1. Отношение прочности к весу: Композиционные материалы, такие как углепластик, обладают высокой прочностью и жёсткостью при небольшом весе, что делает их отличным выбором для приложений, где вес конструкции играет важную роль.
2. Коррозионная стойкость: В отличие от металлов, композиционные материалы не подвержены коррозии, что делает их более долговечными в агрессивных окружающих средах, таких как морская вода или химически активные вещества.
3. Электрическая и тепловая изоляция: В отличие от металлов, композиционные материалы являются хорошими изоляторами, что делает их ценным выбором в некоторых приложениях, таких как в электрических или тепловых изоляционных системах.

В целом, композиционные материалы предлагают инженерам больше возможностей для создания легких, прочных и долговечных конструкций, подходящих для различных технических и не только задач.

Применение полимерных волокнистых материалов в несущих конструкциях на сегодняшний день практикуется и подкрепляется теоретическими исследованиями [3]. Тем не менее, использование таких материалов чаще всего ограничивается сферой мало ответственных конструкций из-за хрупкого характера разрушения, присущего полимеру-матрице, что требует больших мер предосторожности.

Предлагается конструктивное решение на основе слоистого пакета однонаправленных волокнистых композитов, расчет прочностных характеристик проводится в системе компьютерной алгебры с определением НДС балки двутаврового сечения.

Целью исследования является моделирование несущей способности балки двутаврового сечения на основе физических характеристик слоисто-волокнистых композитов. Для достижения цели необходимо:

- Рассчитать основные упругие характеристики пакетов разных материалов и схем армирования.
- По полученным данным рассчитать критическое напряжение балки двутаврового сечения.

Материалы и методы.

Предлагается моделирование несущей способности балки двутаврового сечения длиной 4м. За основу при расчетах будет принята геометрия двутавровой балки с рисунка 1, параметры приведены в таблице 1 [2].

Таблица 1 – Параметры балки

H	b	s	t	R	r	A	J_y	h
мм						См^2	См^4	См
100	55	4,5	7,2	7	2,5	12	198	4,06

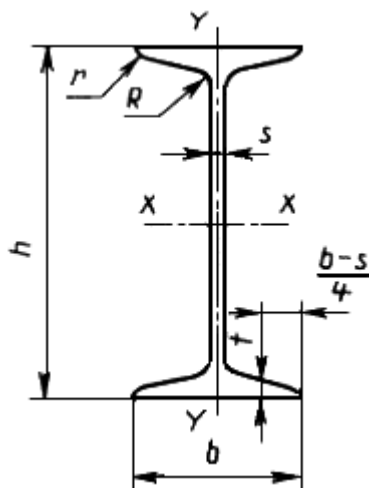


Рис.1 – Схема балки [2]

Параметры однонаправленных композитов приведены в таблице 2, а схемы армирования пакетов в таблице 3 [1].

Таблица 2 – Свойства однонаправленных композитов с эпоксидной матрицей

Характеристика	Стеклопластик	Углепластик	Органопластик	Боропластик
Модуль Юнга (E1) , ГПа (E2) , ГПа	52,1	181,4	84,3	201,3
	14	10,3	4,8	21,7
Модуль сдвига (G12), ГПа	6,3	6,9	2,9	5,4
Коэффициент Пуассона (ν_{12}) (ν_{21})	0,21	0,28	0,32	0,17
	0,056	0,016	0,018	0,018

Таблица 3 – Схема армирования пакета (φ^{k°)

Номер схемы	Направления слоев
№ 1	30 / 90 / -30
№ 2	45 / 90 / -45
№ 3	60 / 90 / -60

Расчет основных прочностных характеристик производится в системе компьютерной алгебры Wolfram Mathematica. Весь цикл расчета состоит из 4 этапов:

1. Вычисляем матрицу жесткости слоев в системе координат слоя (СКС) по формулам:

$$G^0 = g_{11}^0 \ g_{12}^0 \ 0 \ g_{21}^0 \ g_{22}^0 \ 0 \ 0 \ 0 \ g_{66}^0$$

$$g_{11}^0 = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$g_{22}^0 = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad (1)$$

$$g_{12}^0 = \frac{E_1\nu_{12}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}$$

$$g_{66}^0 = G_{12}$$

$$\frac{\nu_{21}}{\nu_{12}} = \frac{E_2}{E_1}$$

2. Вычисление матрицы жесткости слоев в системе координат пакета (СКП) по формулам:

$$\underline{G}^k = \underline{g}_{11} \ \underline{g}_{12} \ \underline{g}_{16} \ \underline{g}_{21} \ \underline{g}_{22} \ \underline{g}_{26} \ \underline{g}_{61} \ \underline{g}_{62} \ \underline{g}_{66}$$

$$\underline{g}_{11} = C^4 g_{11}^0 + S^4 g_{22}^0 + 2(g_{12}^0 + 2g_{66}^0)S^2 C^2$$

$$\underline{g}_{12} = \underline{g}_{21} = (g_{11}^0 + g_{22}^0 + 4g_{66}^0)S^2 C^2 + (S^4 + C^4)g_{12}^0$$

$$\underline{g}_{16} = \underline{g}_{61} = (C^2 g_{11}^0 - S^2 g_{22}^0 + (g_{12}^0 + 2g_{66}^0)(S^2 - C^2))S C$$

$$\underline{g}_{22} = S^4 g_{11}^0 + C^4 g_{22}^0 + 2(g_{12}^0 + 2g_{66}^0)S^2 C^2 \quad (2)$$

$$\underline{g}_{26} = \underline{g}_{62} = (S^2 g_{11}^0 - C^2 g_{22}^0 - (g_{12}^0 + 2g_{66}^0)(S^2 - C^2))S C$$

$$\underline{g}_{66} = (g_{11}^0 - 2g_{12}^0 + g_{22}^0)S^2 C^2 + (S^2 - C^2)^2 g_{66}^0 ,$$

где $C = \text{Cos } \varphi_{(k)}$, $S = \text{Sin } \varphi_{(k)}$, k - номер слоя.

3. Вычисление матрицы жесткости пакета в СКП:

$$g_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n g_{ij}^k$$

$$G = g_{11} \ g_{12} \ g_{16} \ g_{21} \ g_{22} \ g_{26} \ g_{61} \ g_{62} \ g_{66} \quad (3)$$

4. Вычисление модуля Юнга в исходных направлениях:

$$E_1 = \frac{\Delta G}{g_{22}g_{66} - g_{26}^2}; \frac{v_{21}}{v_{12}} = \frac{E_2}{E_1} \Rightarrow E_2 = E_1 * \frac{v_{21}}{v_{12}} \quad (4)$$

По полученным данным прочностных характеристик рассчитываем критическое напряжение балки для разных материалов и схем армирования.

Для расчета критического напряжения балки используем теорию изгиба балок Тимошенко. В частности, используем формулу Тимошенко-Герскина:

$$\delta = \frac{\pi^2 E I_{eff}}{L^2 D}$$

$$I_{eff} = I + Ah^2, \quad (5)$$

где δ – критический напряжение ,

E – модуль Юнга,

I_{eff} – эффективный момент инерции поперечного сечения балки,

L – длина балки,

D – коэффициент, зависящий от закрепления,

I – момент инерции сечения балки,

A – площадь поперечного сечения балки,

h – расстояние от центра тяжести сечения до наиболее удаленной точки от центра тяжести сечения.

1 Расчет упругих характеристик пакета стеклопластика

Исходные данные берем из таблицы 3.

Вычисляем матрицы жесткости слоев в СКС по формулам (1):

$$G_0 = \begin{matrix} 52,7248 & 2,9753 & 0 \\ 2,9753 & 14,1679 & 0 \\ 0 & 0 & 6,3 \end{matrix}$$

Вычисляем матрицы жесткости для каждого слоя в СКП для схемы №1 по формулам (2). Результаты вычислений приведены в таблице 4.

Таблица 4 – Матрицы жёсткости каждого слоя

$\varphi = 90$	gi1	gi2	gi6
g1j	16,1737	8,7105	-3,4383
g2j	8,7105	39,2485	-12,0067
g6j	-3,4383	-12,0067	12,0352
$\varphi = 30$	gi1	gi2	gi6
g1j	14,2551	3,8055	-0,3441
g2j	3,8055	50,9772	-5,5322
g6j	-0,3441	-5,5322	7,1302
$\varphi = -30$	gi1	gi2	gi6
g1j	14,2551	3,8055	0,3441
g2j	3,8055	50,9772	5,5322
g6j	0,3441	5,5322	7,1302

По данным таблицы 4 находим матрицу жесткости пакета в СКП по формулам (3):

$$G = \begin{matrix} 36,1447 & 5,4405 & -1,1461 \\ 5,4405 & 47,0676 & -4,0022 \\ -1,1461 & -4,0022 & 8,7652 \end{matrix}$$

Затем вычисляем модуль Юнга схемы №1 по формуле (4):

$$\Delta G = 5634,97 \Rightarrow E_1 = 14,21 \text{ ГПа}, E_2 = 3,78 \text{ ГПа}$$

Вычисляем матрицы жесткости для каждого слоя в СКП для схемы №2 по формулам (2). Результаты вычислений приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Матрицы жёсткости каждого слоя

$\varphi = 90$	gi1	gi2	gi6
g1j	16,1737	8,7105	-3,4383
g2j	8,7105	39,2485	-12,0067
g6j	-3,4383	-12,0067	12,0352

$\varphi = 45$	gi1	gi2	gi6
g1j	17,6666	10,1168	5,0381
g2j	10,1168	34,9430	12,1968
g6j	5,0381	12,1968	13,4416
$\varphi = -45$	gi1	gi2	gi6
g1j	17,6666	10,1168	-5,0381
g2j	10,1168	34,9430	-12,1968
g6j	-5,0381	-12,1968	13,4416

По данным таблицы 5 находим матрицу жесткости пакета в СКП по формулам (3):

$$G = \begin{pmatrix} 17,1690 & 9,6480 & -1,1461 \\ 9,6480 & 36,3781 & -4,0022 \\ -1,1461 & -4,0022 & 12,9728 \end{pmatrix}$$

Затем вычисляем модуль Юнга схемы №2 по формуле (4):

$$\Delta G = 6660,64 \Rightarrow E_1 = 14,61 \text{ ГПа}, E_2 = 3,896 \text{ ГПа}.$$

Вычисляем матрицы жесткости для каждого слоя в СКП для схемы №3 по формулам (2). Результаты вычислений приведены в таблице 6.

Таблица 6 – Матрицы жёсткости каждого слоя

$\varphi = 90$	gi1	gi2	gi6
g1j	16,1737	8,7105	-3,4383
g2j	8,7105	39,2485	-12,0067
g6j	-3,4383	-12,0067	12,0352
$\varphi = 60$	gi1	gi2	gi6
g1j	46,1302	5,9875	9,8207
g2j	5,9875	14,7379	1,3726
g6j	9,8207	1,3726	9,3123
$\varphi = -60$	gi1	gi2	gi6
g1j	46,1302	5,9875	-9,8207
g2j	5,9875	14,7379	-1,3726
g6j	-9,8207	-1,3726	9,3123

По данным таблицы 6, вычисляем матрицу жесткости пакета в СКП.

$$G = \begin{matrix} 36,1447 & 6,8952 & -1,1461 \\ 6,8952 & 22,9081 & -4,0022 \\ -1,1461 & -4,0022 & 10,2199 \end{matrix}$$

Затем вычисляем модуль Юнга схемы №3 по формуле (4):

$$\Delta G = 7430,49 \Rightarrow E_1 = 34,07 \text{ ГПа}, E_2 = 9,09 \text{ ГПа}.$$

В результате вычислений, аналогичных вышеприведённым, получаем

Таблица 7 – Упругие характеристики пакетов композитов в разных схема армирования

Материал	Схема №1		Схема №2		Схема №3	
	E_1 , ГПа	E_2 , ГПа	E_1 , ГПа	E_2 , ГПа	E_1 , ГПа	E_2 , ГПа
Стеклопластик	14,21	3,78	14,61	3,896	34,07	9,09
Углепластик	11,58	0,66	14,03	0,8	99,64	5,69
Органопластик	5,31	0,298	6,14	0,35	45,97	2,59
Боропластик	21,25	2,25	17,16	1,82	110,06	11,65

Расчет критического напряжения

В рассматриваемом случае, рассматривается вариант балки с простым жестким закреплением, поэтому коэффициент $D= 1.875$.

Рассчитаем эффективный момент инерции поперечного сечения балки:

$$I_{eff} = 198 + 12 * 4,06^2 = 395,8 \text{ см}^4 = 0.000003958 \text{ м}^4$$

Подставим все известные значения в формулу Тимошенко-Герскина, получим выражение для критического напряжения:

$$\delta = E * 1,3 * 10^{-6}$$

В полученное выражение подставляем значения модуля Юнга и получаем критическое напряжение для каждого случая.

Результаты расчетов для материалов и схем армирования приведены в таблице 8,9

Таблица 8 – Значение критического напряжения $\delta(H)$ в направлении 1

Схема армирования	1	2	3
Материал			
Стеклопластик	18473	18993	44291
Углепластик	15054	18239	129532
Органопластик	6903	7982	59761
Боропластик	27625	22308	143078

Таблица 9 – Значение критического напряжения $\delta(H)$ в направлении 2

Схема армирования	1	2	3
Материал			
Стеклопластик	4914	5064,8	11817
Углепластик	858	1040	7397
Органопластик	387,4	455	3367
Боропластик	2925	2366	15145

Заключение

С помощью теории изгиба балок Тимошенко были получены значения критических напряжений для балок двутаврового сечения из пакетов четырёх волокнистых композитов.

Были рассмотрены три варианта схем армирования. В результате сравнения можно сделать вывод, что наиболее прочной является схема № 3.

Важно отметить, что полученные данные является приблизительными, потому что не учитывают другие факторы. Например, нагрузки и температурное воздействие, поэтому для уточнения модели требуется использование программного обеспечения использующего метод конечных элементов ANSYS.

Публикация подготовлена в рамках образовательной программы ПНИПУ по учебной дисциплине [4].

Библиографический список

1. Васильев В.В., Протасов В.Д., Болотин В.В. и др. Композиционные материалы: Справочник 1990. 512 с.
2. ГОСТ 8239-89 ДВУТАВРЫ СТАЛЬНЫЕ ГОРЯЧЕКАТАНЫЕ: дата внедрения 01.07.90 Издательство стандартов.
3. Сулейманов А.М. Эффективные композиционные материалы строительного назначения: сб. ст. «Полимерные композиционные материалы нового поколения для гражданских отраслей промышленности» // ВИАМ. 2015, Москва С.184-195.
4. Строительная механика, динамика и устойчивость композитных конструкций: учебное пособие/ Чекалкин А. А., Палкин Д. Д.; М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Перм. нац. исслед. политехн. ун-т. -Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2021. - 230 с.

Оригинальность 80%