

УДК 539.32

**ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО МОДУЛЯ СДВИГА ДЛЯ
ОДНОНАПРАВЛЕННОГО УГЛЕПЛАСТИКА НА ПРИМЕРЕ
ГЕКСАГОНАЛЬНЫХ ЯЧЕЕК ПЕРИОДИЧНОСТИ**

Власов С.С.

Студент 4 курса, Аэрокосмический факультет

Кафедра «Механика композиционных материалов и конструкций»

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,

Пермь, Россия

Синельников М.А.

студент, Аэрокосмический факультет

Кафедра «Механика композиционных материалов и конструкций»

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,

Пермь, Россия

Зубов И.А.

студент, Аэрокосмический факультет

Кафедра «Механика композиционных материалов и конструкций»

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,

Пермь, Россия

Аннотация

На примере специально подготовленного образца волокнистого композиционного материала (КМ) с квазипериодической структурой был посчитан эффективный модуль сдвига в трансверсальной плоскости. Были выделены две гексагональные ячейки периодичности с одинаковой объемной долей наполнения, но разными геометрией и размерами с целью сравнения результатов и обоснования расчета упругой характеристики на ячейке на конкретном примере. Расчет велся при помощи программного комплекса ANSYS Mechanical.

Ключевые слова: механика, композиционный материал, углепластик, ячейка периодичности, эффективный модуль сдвига, чистый сдвиг, метод осреднения, метод конечных элементов, метод локального приближения.

***PREDICTION OF AN EFFECTIVE SVDIG MODULE FOR UNIDIRECTIONAL
CARBON PLASTICS ON THE EXAMPLE OF HEXAGONAL PERIODICITY
CELLS***

Vlasov S.S.

student, Aerospace faculty

Department of “Mechanics of composite materials and structures”

Perm National Research Polytechnic University,

Perm, Russia

Sinelnikov M.A.

student, Aerospace faculty

Department of “Mechanics of composite materials and structures”

Perm National Research Polytechnic University,

Perm, Russia

Zubov I.A.

student, Aerospace faculty

Department of “Mechanics of composite materials and structures”

Perm National Research Polytechnic University,

Perm, Russia

Abstract.

On the example of a specially prepared sample of a fibrous composite material (CM) with a quasi-periodic structure, the effective shear modulus in the transverse plane was calculated. Two hexagonal periodicity cells with the same volume fraction of filling, but different geometry and sizes, were identified in order to compare the results and substantiate the calculation of the elastic characteristics on a cell using a specific

example. The calculation was carried out using the ANSYS Mechanical software package.

Keywords: mechanics, composite material, carbon fiber, periodicity cell, effective elastic characteristics, pure shear, averaging method, finite element method, local approximation method.

Современное состояние вопроса моделирования упругих характеристик

Классическое определение композиционного материала (КМ) звучит следующим образом: композиционные материалы – материалы, состоящие из высокопрочных волокон различной природы (стеклянных, углеродных, полимерных и др.) и связующего – матрицы, склеивающей волокна в прочнейший монолитный материал. Главной функцией матрицы является распределение действующих напряжений по объёму композита и обеспечение равномерной нагрузки на армирующий элемент [8,11,14]. Существует и обобщенное определение: композиционный материал – гетерогенная среда, феноменологические свойства компонентов (факторов гетерогенности) которых известны или могут быть определены, и для которых актуальны подходы и методы теории композитов. Под такое определение попадает и классический материал металлического типа, кристаллическая решетка которого включает в себя большое количество неоднородностей, например, дислокаций [1,4].

Композиты широко применяют в качестве материалов теплонапряженных элементов конструкций, работающих в условиях одновременного интенсивного воздействия механических и тепловых нагрузок. Конкретная область применения таких материалов зависит от комплекса их механических свойств, в частности от упругих характеристик – объемного модуля упругости и модуля сдвига [11,14]. Основное преимущество композитов перед классическими материалами заключается в высокой величине их удельных модуля упругости (E/ρ) и прочности (σ/ρ), позволяющих сильно снизить массу готовой

конструкции, что может повлечь дальнейшее снижение расходов на эксплуатацию. Пример такой конструкции - самолёт *Boeing 787 Dreamliner*, почти на 50% состоящий из КМ. Такой состав привлекателен повышенной прочностью и сниженной массой в сравнении с классическим составом. Следует отметить, что свойства композита, в отличие от свойств металлов и сплавов, прогнозируются на этапе проектирования. Их значения варьируются в широком диапазоне в соответствии с заданными материалами и схемой армирования, что позволяет расширить область применения по сравнению со сплавами.

Проблема численного моделирования упругих характеристик КМ актуальна, т.к. не все из необходимых для проектных работ упругие характеристики возможно определить из натурного эксперимента [8]. Эмпирическое определение упругих характеристик в направлениях, связанных с преимущественной работой матрицы по сравнению с арматурой, - крайне трудоемкий процесс, а потому исследования по численному прогнозированию упругих констант материалов и конструкций в настоящее время представляют большую ценность [3,5,8,9,10,12,13,15]. Например, для определения модуля сдвига в трансверсальной плоскости необходимо учесть нелинейные эффекты, связанные с неоднородностями внутри матрицы. Однако, простейшие эксперименты по типу одноосного растяжения в направлении оси волокна, трехточечного изгиба и др. до сих пор остаются значимыми в рамках подтверждения смоделированных результатов [16].

В ближайшие десятилетия развитие авиационной и космической техники будет тесно связано с индустрией КМ. Последние достижения науки и техники в данной отрасли связаны с составными конструкциями на основе мультиаксиальных тканей и пространственной ориентации арматуры [2]. Использование свойств таких композитов в конструкциях летательных аппаратов позволяет не только снизить трудоемкость изготовления, но и решить целый ряд специфических задач, связанных с конструированием изделий из КМ. Популярность композиционных материалов у исследователей-механиков рано

или поздно позволит полностью оптимизировать процесс прогнозирования свойств конечных конструкций [1-16].

Постановка задачи

Расчет физико-механических характеристик микронеоднородных материалов – крайне сложная задача. Существует множество подходов, реализующихся в рамках конкретных моделей для нахождения необходимых параметров. Так, например, для полидисперсной модели среды с цилиндрическими включениями становится возможным решение задачи о нахождении 4 из 5 констант трансверсально-изотропного тела за исключением параметра, описывающего сдвиг в плоскости изотропии. Рассмотрение трехфазной аналогичной модели с эквивалентным замещением множества волокон на эквивалентное одиночное позволяет найти точное решение для обозначенного выше параметра с той лишь оговоркой, что решение справедливо в рамках конкретной модели и не может быть экстраполировано на другие модели с высокой точностью. В инженерных целях таким решением, - в качестве первого приближения, - воспользоваться можно [4,11].

Для корректности постановки примем идеальную связь между линейно-упругими компонентами (углеродным волокном и эпоксидной матрицей). Аналитически задача о нахождении упругих характеристик однонаправленного ВКМ (волокнутого композита) с произвольным расположением волокон по отношению друг к другу на данный момент времени решена быть не может, однако доказано, что при относительно небольших внешних воздействиях неоднородную среду можно заменить однородной эффективной средой – принцип эквивалентной гомогенности. Расчет НДС КМ сводится к решению определяющего соотношения, дополненного соответствующими граничными условиями (Г.У.) – краевой задачи теории механики структурно неоднородных тел. [4,7,11]. На границе тела в рамках данного исследования заданы функции перемещений. Приведем краевую задачу к каноническому виду

$$\begin{cases} \sigma_{ij}(r) + f_i(r) = 0 \\ \varepsilon_{ij}(r) = \frac{1}{2} [U_{i,j}(r) + U_{j,i}(r)] \\ \sigma_{ij}(r) = C_{ijkl}(r) \varepsilon_{kl}(r) \end{cases} \quad (1)$$

подставим тензор деформаций Коши в физическое соотношение

$$\sigma_{ij}(r) = C_{ijkl}(r) \frac{1}{2} [U_{k,l}(r) + U_{l,k}(r)] = C_{ijkl}(r) U_{k,l}(r) \quad (2)$$

полученное выражение подставим в уравнение статического равновесия:

$$[C_{ijkl}(r) U_{k,l}]_{,j} = -f_i(r) \quad (3)$$

где σ_{ij} - тензор напряжений, f_i – i -я компонента вектора массовых сил, ε_{ij} – тензор малых деформаций, U_k – k -я компонента вектора перемещений, C_{ijkl} – тензор структурных упругих свойств 4 ранга. Величина r является радиус-вектором. Полученное равенство выполняется в каждой точке внутри тела и носит название дифференциального неоднородного уравнения Навье. Поверхностный слой тела рассматривается отдельно – на нем задаются Г.У

$$U_i(r)|_{\Gamma} = U_i^0 \quad (4)$$

Выбор представительного объема композиционного материала является качественной задачей. Ответить на вопрос о корректности выделения ячейки периодичности позволяет итерационный метод выделения областей разной размерности внутри тела и последующего сравнения полученных значений рассчитываемых упругих характеристик – метод локального приближения. Строго доказано, что эффективные характеристики, полученные на ячейке, являются решением для всего композита в целом [11].

Для получения эффективного модуля сдвига G^* в плоскости изотропии однонаправленного ВКМ реализуется вычислительный эксперимент на чистый сдвиг, трехмерное тело разбивается на конечные элементы.

Численная реализация поставленной задачи

В данной работе проводится сравнение решения для эффективного модуля сдвига G^* в плоскости изотропии на двух разных по геометрии ячейках

периодичности с целью качественного и количественного сравнения полученных в рамках вычислительного эксперимента результатов. В качестве образца выступает микрошлиф однонаправленного волокнистого композита, армированного углеродными волокнами, свойства которых характеризуются частным случаем анизотропии – трансверсальной изотропией. В качестве связующего элемента выступает изотропная эпоксидная матрица. Данные о материалах представлены в таблице 1, а геометрия ячеек представлена на рисунке 1. Объемная доля волокон $V_f = 0.6266$.

Таблица 1 – исходные данные о материалах [8]

	E_{11} , ГПа	E_{22} , ГПа	E_{33} , ГПа	G_{23} , ГПа	ν_{12}	ν_{13}	ν_{23}
Волокно	290	23	23	8,2143	0.2	0.4	0.4
Матрица	3.78	3.78	3.78	1.4	0.35	0.35	0.35

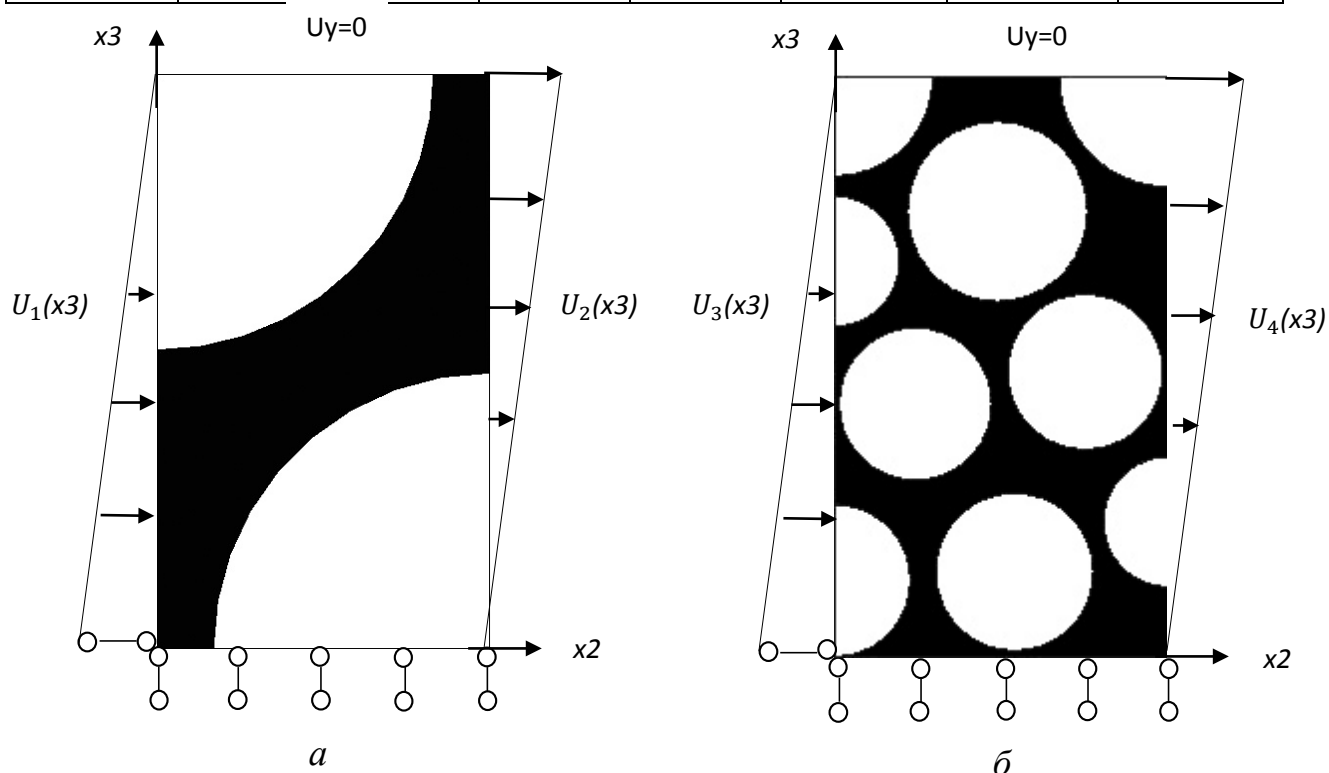


Рисунок 1 – Геометрия представительного объема

а) модель 1

б) модель 2

[авторская разработка]

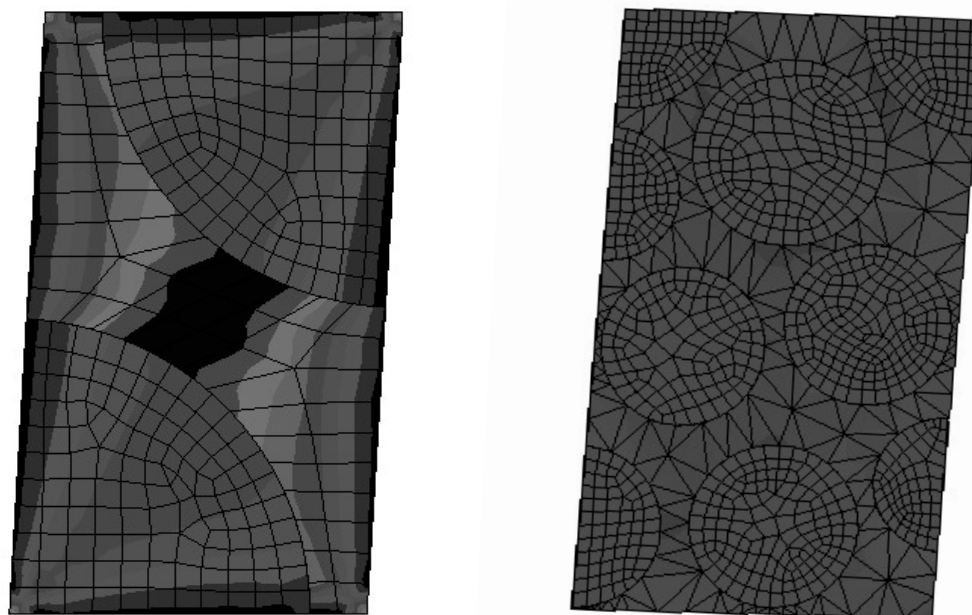


Рисунок 2 – деформированные модели представительных элементов
[авторская разработка]

Функции перемещений определены следующим образом: $U_i(x_3)=0.001*x_3$.

Геометрические параметры представлены в таблице 2.

Таблица 2 – геометрические данные элементарных ячеек

Размер, мм	Модель 1	Модель 2
Горизонтальный	$8*10^{-4}$	$32*10^{-4}$
Вертикальный	$8*10^{-4}*tg(60^{\circ})$	$32*10^{-4}*tg(60^{\circ})$
Радиус волокон (r_f)	$6.65*10^{-4}$	$[6.23;10.47]*10^{-4}$

Радиус волокна по модели 1 задается выражением

$$r_f = \sqrt{\frac{2*a*b*V_f}{\pi}} \quad (5)$$

В вычислительном эксперименте для обеих ячеек реализуется состояние чистого сдвига. Постепенно уменьшая размер представительного объема однонаправленного ВКМ с преимущественно гексагональной укладкой волокон производились расчет и сравнение модуля сдвига в плоскости изотропии. Деформированные модели представлены на рисунке 2.

Рисунок 2 – деформированные модели представительных элементов
[авторская разработка]

Для определение эффективного модуля сдвига необходимо знать осредненные поля напряжений и деформаций. В предположении, что поля напряжений или деформаций, возникающие в представительном элементе, являются однородными, справедливы следующие законы [5]:

$$\varepsilon^*_{ij} = \frac{1}{\omega} \int_{\omega'} \varepsilon_{ij} d\omega' \quad (6)$$

где ε^*_{ij} – тензор осредненных деформаций, ω – объем представительной области, ω' – объем конечного элемента

$$\sigma^*_{ij} = \frac{1}{\omega} \int_{\omega'} \sigma_{ij} d\omega' \quad (7)$$

где σ^*_{ij} – тензор осредненных напряжений

При помощи инструментов программного пакета были найдены поля напряжений и деформаций внутри конечных элементов, после чего был применен метод осреднения для нахождения тензоров эффективных напряжений σ^*_{ij} и деформаций ε^*_{ij} .

Воспользовавшись эффективным законом Гука для чистого сдвига в рамках линейной упругой аппроксимации реальной зависимости между воздействием на тело и откликом на воздействие, находим эффективный модуль сдвига в плоскости изотропии:

$$G^* = \frac{\tau^*}{\gamma^*} \quad (8)$$

где τ^* – эффективное внутрислойное касательное напряжение, вычисленное по формуле 4, γ^* – эффективная сдвиговая компонента тензора деформаций.

Результаты расчета представлены в таблице 3.

Таблица 3 – значения эффективных модулей сдвига

	τ^* , МПа	γ^*	G^* , ГПа
Модель 1	2.25	3.74	6.02
Модель 2	1.72	2.89	5.95

Относительное расхождение результатов для эффективного модуля сдвига составило 1.16 %.

Проверить корректность полученных результатов можно при помощи сравнения их с вариационными границами Хашина-Штрикмана, не учитывающими геометрию КМ. Воспользуемся формулой обобщенного сингулярного приближения [11]:

$$G_{\perp}^* = G_f V_f + G_m V_m - \frac{V_f V_m (G_f - G_m)^2}{G_m V_f + G_f V_m + s \frac{(3t + s)}{(3t + 7s)}} \quad (9)$$

где s и t – параметры

$s = G_f$; $t = K_f$ – верхняя вариационная граница Хашина-Штрикмана;

$s = G_m$; $t = K_m$ – нижняя вариационная граница Хашина-Штрикмана.

Точно доказано, что внутри этих границ находятся значения эффективных упругих свойств однонаправленных ВКМ с одинаковыми по свойствам волокнами (изотропными, приближенно для плоскости изотропии – трансверсально-изотропными).

$$K_m = \frac{E_m}{3(1 - 2\nu_m)} \quad (10)$$

где K_m – модуль объемного сжатия матрицы

$$K_f = \frac{E_f}{3(1 - 2\nu_f)} \quad (11)$$

где K_f – модуль объемного сжатия волокна

Результаты вычислений представлены в таблице 4.

Таблица 4 – значение вариационных границ

	G_{min}^*	G_{max}^*
Значение, ГПа	5.90	6.07

Сравнивая полученные результаты с вариационными границами, приходим к выводу о корректности вычислительного эксперимента. Особый интерес представляет результат, полученный для второй модели со сложной геометрией – отличие найденного эффективного модуля сдвига в сравнении с решением на простейшей реализации находится в рамках погрешности вычислений. Следует отметить, что авторам не удалось произвести максимально точный эксперимент в следствие ограничений по размерам конечных элементов в рамках студенческой версии ANSYS Mechanical. Углеродные волокна при максимально упорядоченной ориентации элементарных нитей являются трансверсально-изотропными, но в реальности такой результат будет лишь приближительным.

Вывод

При помощи средств ANSYS Mechanical, используя теорию осреднения и принцип эквивалентной гомогенности, было получено решение для эффективного модуля сдвига в плоскости изотропии для двух представительных элементов. Корректность оценки таких характеристик была обоснована сравнением с фундаментальными верхней и нижней границами по Хашину-Штрикману и проверенной постановкой задачи. Справедливость результатов вычислений проверена методом локального приближения – при постепенном выделении всё более микроскопических в размерах объемов сравнивались получаемые на гексагональных ячейках периодичности результаты. Решение на ячейке является решением для всего образца однонаправленного ВКМ.

Работа выполнена в рамках НИРС [6].

Библиографический список

1. Бабушкин А.В. Конструкционные и функциональные волокнистые композиционные материалы / А.В. Бабушкин. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. уни-та, 2007. – 56 с.
2. Богомолов П.И. Обзор современных технологий изготовления объемно-армирующих преформ для перспективных композиционных материалов / П.И. Богомолов, И.А. Козлов, М.А. Бируля // eLIBRARY.RU: научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=29005490> (дата обращения: 26.02.2021).
3. Дмитриенко Ю.И., Соколов А.П. Об упругих свойствах композиционных материалов, Матем. моделирование, – 2009. – т. 21. – №4. – С. 96–110
4. Кристенсен Р.М. Введение в механику композитов. – М.: Мир, 1982. – 336 с.
5. Левин В.Е., Лапердина Н.А., Олегин И.П. Численный подход в определении упругих свойств однонаправленно армированных композитов // Научно-технический вестник Поволжья. 2019 № 11 С. 141–145.
6. Макарова Е.Ю., Соколкин Ю.В., Чекалкин А.А. Методические указания по проведению научно-исследовательской работы для студентов бакалавриата по направлению 22.03.01 «Материаловедение и технологии материалов» – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. уни-та, 2017. – 40 с.
7. Полимерные композиционные материалы: Научное издание / Баженов С.Л., Берлин А.А., Кульков А.А., Ошмян В.Г. – Долгопрудный: Издательский Дом «Интеллект», 2010. – 352 с.
8. Реверсивная многомасштабная гомогенизация физикомеханических характеристик гетерогенных периодических сред с использованием графоориентированного программного подхода / А. Соколов, В. Щетинин, А. Пешин, А. Сапелкин // Композиты и наноструктуры. – 2017. – т. 9. – №3-4. – С. 142-155.

9. Рыбьякова А.В., Мингалеева Ю.С. Определение эффективных упругих характеристик однонаправленного стеклопластика и углепластика // Вестник ПНИПУ. – 2020. – №1. – С. 37.
- 10.Сергеева Е.С. Математическое моделирование упругих характеристик композита, армированного шаровыми включениями // Математика и математическое моделирование. – 2017. – №1. – С. 11.
- 11.Соколкин Ю.В. Механика деформирования и разрушения структурно неоднородных тел / Ю.В. Соколкин, А.А. Ташкинов. – М.: Наука, 1984.
12. Соколов, А.П. Идентификация упругих характеристик компонентов проектируемых композитов на основе применения численных методов решения обратных задач микромеханики гетерогенных сред / А.П. Соколов, В.Н. Щетинин // Обратные краевые задачи и их приложения. - Казань, 2014.
- 13.Соловьев А.Н., Зиборов Е.Н., Шевцов С.Н. Определение упругих свойств армированных композиционных материалов на основе конечно-элементного моделирования // Наука юга России (вестник южного научного центра). 2016. – т. 12. – №2. – С. 3-10.
14. Чекалкин А.А. Лекции по механике конструкций из композиционных материалов / А.А. Чекалкин, А.А. Паньков. – Пермь: Изд-во ПГТУ, 1999.
- 15.Reversible multiscale homogenization of physical properties of heterogeneous medium using GBSE / A. Sokolov, V. Shetinin, A. Peshin, A. Sapelkin // Proceedings of 2017 ASRTU China-Russia International Conference on Intelligent Manufacturing (ASRTU-ICIM 2017), Harbin Institute of Technology, 15-18 June 2017, Harbin, China, pp. 6-17
- 16.V. Vasiliev, E. Morozov. Advanced Mechanics of Composite Materials and Structural Elements (3-d edition) // Elsevier Science, 2013.

Оригинальность 81%