

УДК 539.376

**НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ  
СФЕРИЧЕСКОГО СЕКТОРА ПРИ ВНЕШНЕМ ДАВЛЕНИИ В  
УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ МАТЕРИАЛА**

**Бутина Т.А.**

*кандидат физико-математических наук, доцент*

*Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э. Баумана*

*(национальный исследовательский университет)*

*Москва, Россия*

**Аннотация**

При рассмотрении устойчивости и работоспособности сферических элементов конструкций, находящихся под внешним давлением, важным моментом в исследованиях является учет ползучести конструкционных материалов. Наступление ползучести приводит к увеличению деформаций даже при неизменных нагрузках. В случае невысоких уровней температуры и напряжений ползучесть в расчетах можно не учитывать. Ползучесть становится заметной при повышении температуры и возрастании уровня напряженно-деформированного состояния. Это делает необходимым учитывать ползучесть в расчетах. Для расчета устойчивости сферических оболочек в условиях ползучести материала применен разработанный конечно-разностный метод расчета. Данный метод позволяет определять напряженно-деформированное состояние в конструкциях с учетом температурного поля, возникающие прогибы, оценивать критические нагрузки.

**Ключевые слова:** Система алгебраических уравнений, напряженно-деформированное состояние, ползучесть, сферические оболочки, конечно-разностный метод, дифференциальные уравнения, температурное поле

***STRESS-STRAIN STATE OF A SPHERICAL SECTOR UNDER EXTERNAL PRESSURE UNDER CONDITIONS OF CREEP OF THE MATERIAL***

***Butina T.A.***

*Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor*

*Bauman Moscow State Technical University*

*Moscow, Russia*

**Annotation**

When considering the stability and operability of spherical structural elements under external pressure, an important point in research is to take into account the creep of structural materials. The onset of creep leads to an increase in deformations even under constant loads. In the case of low temperature and stress levels, creep can be ignored in the calculations. Creep becomes noticeable with an increase in temperature and an increase in the level of stress-strain state. This makes it necessary to take creep into account in calculations. The developed finite difference calculation method is used to calculate the stability of spherical shells under conditions of creep of the material. This method allows us to determine the stress-strain state in structures, taking into account the temperature field, the resulting deflections, and assess critical loads.

**Keywords:** System of algebraic equations, stress-strain state, creep, spherical shells, finite difference method, differential equations, temperature field

## Введение

Одним из важных свойств конструкционных материалов является ползучесть, которая становится заметной при росте уровня напряжений и температуры [2,4], поэтому влияние ее необходимо учитывать при проведении прочностных расчетов.

Используемый метод расчета напряженно-деформированного состояния оболочек вращения с учетом ползучести подробно изложен в работе [3].

Разрешающая система уравнений, применяемая при расчете напряженно-деформированного состояния оболочек вращения с учетом ползучести и позволяющая учитывать физическую и геометрическую нелинейности, состоит из шести обыкновенных дифференциальных уравнений [6,11]. Если решается задача устойчивости, то используется система из восьми уравнений [4,5]. Для решения этой системы обыкновенных дифференциальных уравнений применялась конечно-разностная схема второго порядка точности [1]. В разрешающую систему уравнений возможно включение граничных условий, это не усложняет рассматриваемые соотношения и не ведет к увеличению матрицы системы [7]. Неизвестными в рассматриваемой системе нелинейных дифференциальных уравнений являются перемещения, прогибы, напряжения, деформации, усилия.

При численном решении задачи нелинейные члены переносятся в правую часть уравнений, и им присваиваются вычисленные на предыдущем приближении значения. К этим соотношениям присоединяются граничные условия.

Возможен учет кинематических условий. Заметим, что при статических условиях направления внешних усилий совпадают с направлениями внутренних усилий. В итоге решается неоднородная система алгебраических уравнений

$$A_{i,j}y_j = B_{i,j} \quad (1),$$

где  $A_{i,j}$  матрица из коэффициентов при неизвестных,

$y_j$  - столбец неизвестных,  $B_{i,j}$  - столбец свободных членов.

Из условия равенства нулю определителя системы следует получение нетривиального решения. Наименьшим значением параметра (это может быть время, нагрузка и пр.), дающим это условие и будет критическое значение для исследуемой оболочечной конструкции [7].

Описанный алгоритм позволяет, в частности:

- 1) определять не только возникающее напряженно-деформированное состояние, но и уровень критической нагрузки при потере устойчивости оболочек вращения под действием меняющихся во времени осесимметричных нагрузках и нагрев конструкции
- 2) определять возникновение прогибов или перемещения края, оценивать критическое время и критическую нагрузку, нагрев материала
- 3) исследовать неосесимметричную потерю устойчивости, оценивать работоспособность конструкции

При наступлении установившейся ползучести уже проявляются ее основные эффекты, что дает возможность описать кратковременную ползучесть конструкционных сплавов [10]. Временной диапазон при решении задачи составляет от нескольких секунд до 1000 сек.

### **Цель и задачи исследования**

Целью исследования является рассмотрение напряженно-деформированного состояния сферических элементов конструкций с учетом меняющегося поля температур.

Получены результаты изменения поведения оболочек, изготовленных из сплава

Д16АТ, в работе [12] приведены температурные зависимости констант  $\sigma$ ,  $n$  для скорости ползучести

$$\dot{\epsilon}_c = e_n \left( \frac{\sigma}{\sigma_n} \right)^n, (2)$$

где  $e_n$  множитель, равный  $10^{-4} \text{сек}^{-1}$ .

В области изменения напряжения от  $45 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$  и температуры от  $0^\circ\text{C}$  до  $100^\circ\text{C}$  ползучесть незначительна и, как правило, не учитывается. С ростом температурного поля до  $200^\circ\text{C}$  наблюдается медленное развитие ползучести, скорость её  $e_c^0 \sim 10^{-8} \div 10^{-10} \text{сек}^{-1}$  сопровождается упрочнением. В интервале температур от  $200^\circ\text{C}$  до  $300^\circ\text{C}$  упрочнения нет. Приведенное выше соотношение для скорости деформации хорошо описывает поведение оболочки, изменение уровня напряжения вызывает наибольший интерес. Дальнейшее увеличение значения температуры приводит к сильному росту скорости ползучести. Разрушение наступает крайне быстро (за доли секунды)

### **Поведение сферического сегмента при внешнем давлении**

Воздействие внешнего давления на сферический элемент конструкции может привести к потере устойчивости. Величина и распределение напряженно-деформированного состояния позволяет судить, является ли влияние ползучести существенным. Понятно, что значение действующего давления с учетом пластичности должно быть меньше критического давления, чем без учета пластичности.

Рассматривались сферический сегмент (рис. 1а) размерами радиус  $R = 100\text{мм}$ , толщина  $h = 1\text{мм}$ ,  $\alpha_0 = 0$ ,  $\alpha_k = \frac{\pi}{2}$  и сферический пояс (рис. 1б)

размерами  $R = 100\text{мм}$ ,  $h = 1\text{мм}$ ,  $\alpha_0 = \frac{\pi}{4}$ ,  $\alpha_k = \frac{3\pi}{4}$  под действием внешнего давления  $q$ .

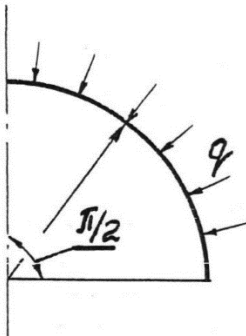


рис. 1а сегмент (рис. автора)

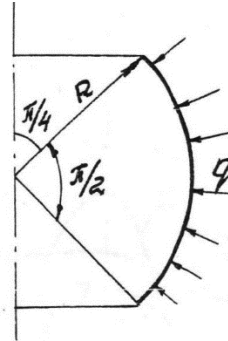


рис. 1б пояс (рис. автора)

При определении напряженно-деформированного состояния в сферическом сегменте граничные условия на левом краю

$$u = 0, \varphi = 0, N = 0,$$

на правом (2)

$$u = 0, w = -\alpha_T TR, \varphi = 0.$$

Граничные условия устойчивости на левом краю

$$u = 0, v = 0, \varphi = 0, N = 0,$$

на правом (3)

$$T_\alpha = v = M_\alpha = w = 0.$$

Так как в полюсе имеется особенность (второй коэффициент Ляме  $B = 0$ ), то граничные условия прочности и устойчивости задаются не в полюсе, а в заранее заданной точке вблизи полюса.

Используя условия (2,3) и разложения этих величин в ряд Тейлора в полюсе, следует определить их первые производные. Приравняв производные соответствующим правым частям уравнения для определения полных деформаций [7,8], состоящих из суммы упруго-пластической части

деформации ползучести и деформации, вызванной нагревом, взять эти уравнения за граничные условия прочности и устойчивости.

Расчет показал, что нагретый до температуры  $300^{\circ}\text{C}$  сферический сегмент под действием равномерного внешнего давления теряет устойчивость по осесимметричной форме. Критическое давление без учета ползучести равнялось 29,1 атм. При ползучести нагруженная давлением 21 атм. оболочка потеряла устойчивость через 19 сек.

На рис. 2 кривой 1 представлено изменение прогиба вдоль образующей непосредственно перед потерей устойчивости без учета ползучести. Кривая 2 соответствует нулевому моменту времени при ползучести, а кривая 3 - времени, равному 18 сек.

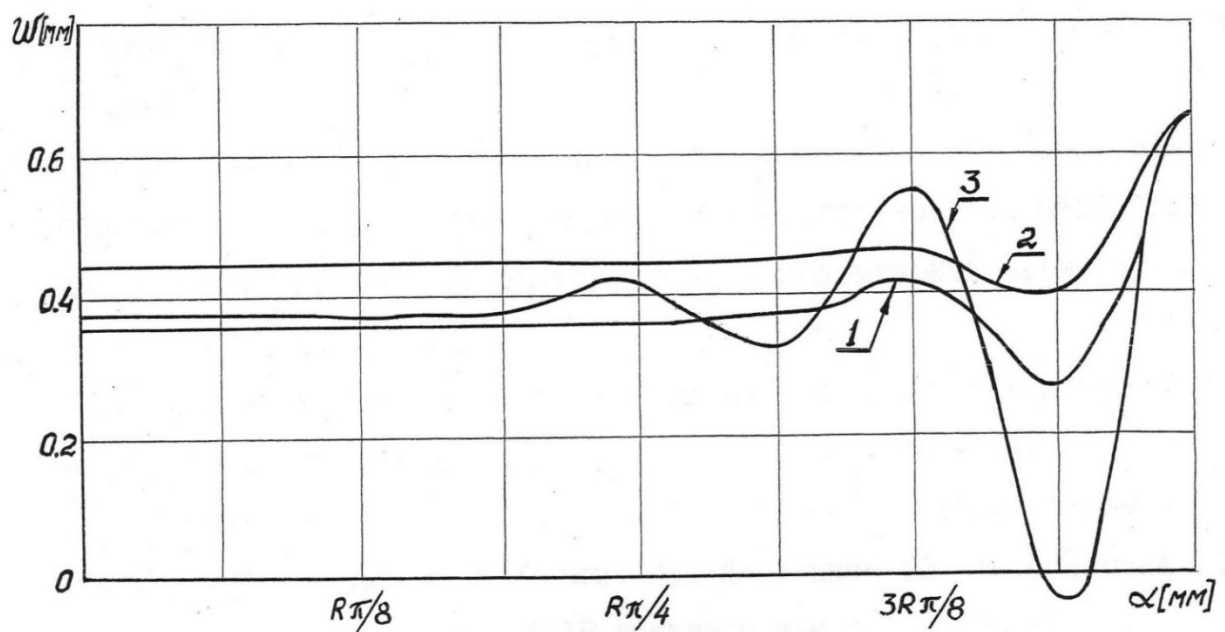


Рис. 2. Изменение прогиба без учета ползучести (рис. автора)

Граничные условия прочности для сферического пояса принимались на обоих краях в виде (2), устойчивости в виде (3).

Критическое внешнее давление для пояса при температуре  $300^{\circ}\text{C}$  получено равным 28,7 атм. Под давлением 20 атм. оболочка выдержала 35 сек. На рис. 3 показано изменение прогиба  $w$  и перемещения  $u$  по длине оболочки

непосредственно перед потерей устойчивости. Кривые 1-2 соответствуют случаю без учета ползучести, кривые 1', 2' при ползучести в момент времени  $t = 33$  сек.

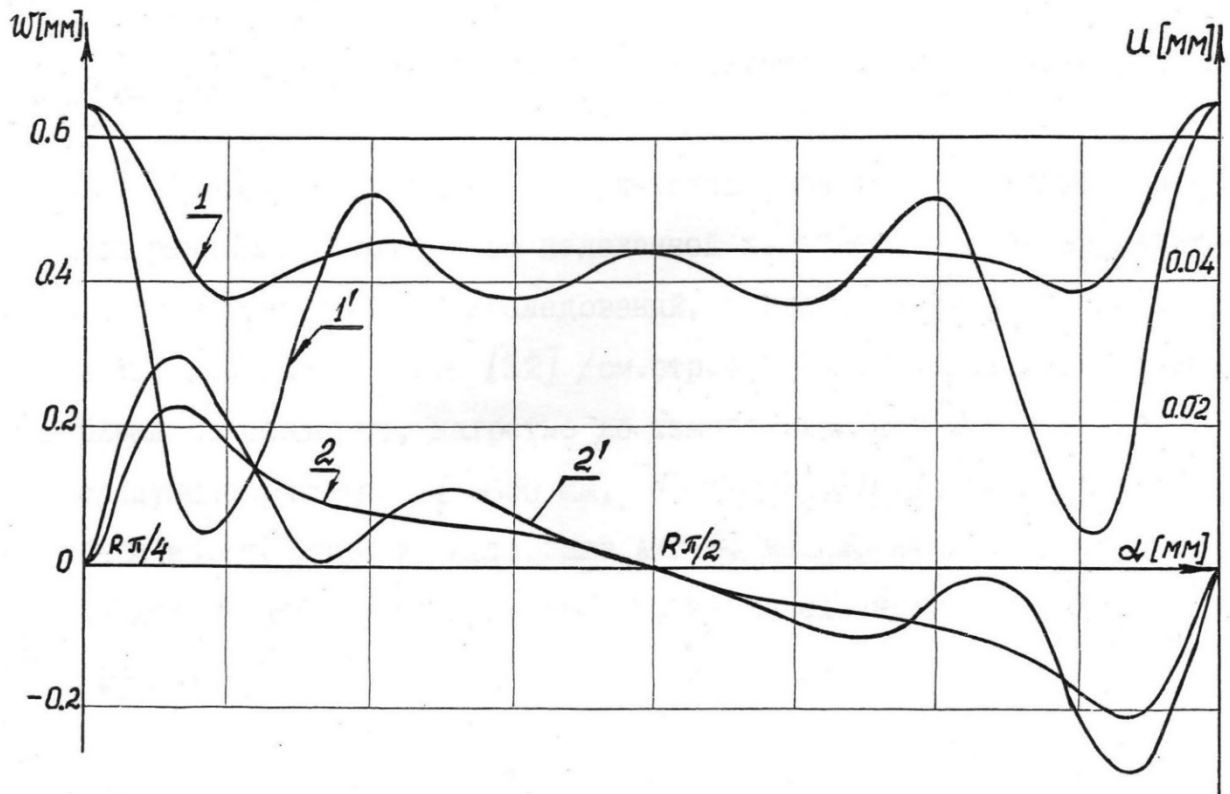


Рис. 3. Изменение прогиба перед потерей устойчивости (рис. автора)

## Выводы

Выбранный численный метод и применение соответствующего критерия ползучести позволили решить задачу исследования напряженно-деформированного состояния в сферических элементах конструкций при наличии ползучести, учитывая физическую и геометрическую нелинейности.

Приведены результаты расчета напряженно-деформированного состояния в сферических сегментах с учетом температурного поля. Данный метод позволяет проводить оценки возникающих прогибов, уровни критических нагрузок.



**Библиографический список**

1. Бахвалов И.С. Численные методы / И.С. Бахвалов. – М.: МГУ им М.В. Ломоносова, 2005. – 636 с.
2. Биргер И.А. Термопрочность деталей машин / И.А. Биргер, Б.Ф. Шофф. – М.: Изд-во Машиностроение, 1995. – 297 с.
3. Бутина Т.А. Конечно-разностный метод численного решения краевых задач прочности и устойчивости оболочек вращения в условия ползучести материала / Т.А. Бутина, В.М. Дубровин // Дневник науки. – 2022. - №9
4. Вольмир А.С. Устойчивость оболочек при ползучести / А.С. Вольмир, П.Г. Зыкин // Сб. Тепловые напряжения в элементах турбомашин. 1988. - №2.
5. Григолюк Э.И. Устойчивость оболочек в условиях ползучести / Э.И. Григолюк, Ю.В. Липовец // ПМТФ. – 1982. - №4.
6. Дмитриенко Ю.И., Нелинейная механика сплошной среды / Ю.И. Дмитриенко. – М.: Физматгиз, 2005. – 624 с.
7. Дмитриенко Ю.И. Разработка численного метода расчета эффективных упругих характеристик композиционных материалов / Ю.И. Дмитриенко, А.П. Соколова. – Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана, сер. "Естественные науки", 2008. –№2. - С. 50-57.
8. Дубровин В.М. Моделирование процесса ползучести конструкционных материалов / В.М. Дубровин, Т.А. Бутина // Инженерный журнал " Наука и инновации". – 2013. - №9(21) – 18 с.
9. Качанов Л.М. Теория ползучести – М.: Физматгиз, 1960. – 389 с.
10. Милейко С.Т. Кратковременная ползучесть / С.Т. Милейко, Ю.И. Работнов. – М.: Изд-во Машиностроение, 1985. – 298 с.
11. Муштари Х.М. Нелинейная теория упругих оболочек / Х.М. Муштари, Г.З. Галимов. – Казань: Таткнигиздат, 1985. – 437 с.
12. Работнов Ю.И. Ползучесть элементов конструкций – М.: Наука, 1999. – 365 с.

*Оригинальность 76%*