

УДК 539.376

***УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ВНЕШНЕМ  
ДАВЛЕНИИ В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ МАТЕРИАЛА С УЧЕТОМ  
ТЕМПЕРАТУРНОГО ФАКТОРА***

***Бутина Т.А.***

*кандидат физико-математических наук, доцент*

*Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э.Баумана  
(национальный исследовательский университет)*

*Москва, Россия*

***Дубровин В.М.***

*кандидат технических наук, доцент*

*Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э.Баумана  
(национальный исследовательский университет)*

*Москва, Россия*

**Аннотация**

Одним из центральных вопросов обеспечения работоспособности конструкции является исследование устойчивости цилиндрических оболочек, находящихся под действием внешнего давления в условиях ползучести материала. При наступлении ползучести деформации материала увеличиваются даже при неизменных нагрузках. Если уровни температуры и напряжений невелики, в расчетах ползучесть не учитывается. В работе описан метод расчета напряженно деформированного состояния оболочек вращения при условии наличия ползучести. С использованием приведенного анализа выбран наиболее подходящий метод расчета, используемый в настоящей статье для расчета устойчивости цилиндрической оболочки в условиях ползучести материала. Это позволило определять напряженно-деформированное состояние в цилиндрических оболочках с учетом наличия температурного поля, рассчитывать возникающие прогибы, уровень критических нагрузок.

**Ключевые слова:** Напряженно-деформированное состояние, цилиндрические оболочки, ползучесть материала, распределение температурного поля, уровни напряжений, нагружение

***STABILITY OF THE CYLINDRICAL SHELL UNDER EXTERNAL PRESSURE UNDER CONDITIONS OF CREEP OF THE MATERIAL, TAKING INTO ACCOUNT THE TEMPERATURE FACTOR***

***Butina T.A.***

*Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor*

*Bauman Moscow State Technical University*

*Moscow, Russia*

***Dubrovin V.M.***

*Candidate of Technical Sciences, associate professor*

*Bauman Moscow State Technical University*

*Moscow, Russia*

**Annotation**

One of the central issues of ensuring the operability of the structure is the study of the stability of cylindrical shells under the influence of external pressure under conditions of creep of the material. When creep occurs, the deformations of the material increase even under constant loads. If the temperature and stress levels are low, creep is not taken into account in the calculations. The paper describes a method for calculating the stress-strain state of the shells of rotation under the condition of creep. Using the above analysis, the most appropriate calculation method is selected, which is used in this article to calculate the stability of a cylindrical shell under creep conditions of the material. This made it possible to determine the stress-strain state in cylindrical shells, taking into account the presence of a temperature field, calculate the resulting deflections, and the level of critical loads.

**Keywords:** Stress-strain state, cylindrical shells, creep of the material, temperature field distribution, stress levels, loading.

## Введение

Ползучесть является важным свойством конструкционных материалов [2,4]. Увеличение уровня напряжений и температуры приводит к заметному влиянию ползучести, тогда учет ее в расчетах делается необходимым [9].

В работе [3] описан метод расчета напряженно деформированного состояния оболочек вращения при условии наличия ползучести.

Устойчивость цилиндрической оболочки при внешнем давлении в условиях ползучести материала с учетом температурного фактора.

Надежность работы используемого численного метода отрабатывалась при сравнении с результатами решения тестовых задач.

Известно [6,4], что учет физической и геометрической нелинейности для определения напряженно-деформированного состояния оболочек вращения при ползучести сводится к решению неоднородной краевой задачи из шести обыкновенных дифференциальных уравнений [11,12], а при решении задачи устойчивости к системе из восьми обыкновенных дифференциальных уравнений [5, 11]. В данной работе определение напряженно-деформированного состояния осуществлялось методом конечных разностей, применялась конечно разностная схема второго порядка точности [1].

$$\frac{\Delta x}{2} (y'_{i+1} + y'_i) = y_{i+1} + y_i \quad (1)$$

Это позволило непосредственно включать граничные условия в разрешающую систему уравнений, не увеличивая ширину матрицы системы, не усложнять используемые соотношения.

В результате получили систему нелинейных дифференциальных уравнений

[7,8] относительно неизвестных  $u, w, \varphi, T_\alpha, N_\alpha, M_\alpha$  в узлах разбиения

$$\frac{y_{s+1} - y_s}{\alpha_{s+1} - \alpha_s} = \frac{1}{2} (A_{ij}^s y_j^s + A_{ij}^{s+1} y_j^{s+1} + B_i^s + B_j^{s+1}) + (\alpha^{s+1} - \alpha^s), \quad (2)$$

где  $i, j = 1, 2, \dots, 6$ ,  $S$  - номер узла.

Нелинейные члены, которые соответствуют геометрической нелинейности, переносятся в правую часть, они получают значения, вычисленные в предыдущем приближении. К этим соотношениям присоединяются граничные условия, по три на каждом торце оболочки

$$(y_i - y'_j) \gamma_{i+3j} + (y_{i+3} - y'_{i+3})(1 - \gamma_{i+3}) = 0, \quad (3)$$

где  $i, j = 1, 2, 3$

$i = 1$  на левом краю, а  $j = 1$  на правом. В том случае, когда необходимо задать на краю оболочки кинематические условия,  $\gamma$  полагается равным единице, если статические, то нулю, т.к. при этом направления внешних усилий  $T_\alpha, N_\alpha, M_\alpha$  совпадают с направлениями внутренних силовых факторов.

Таким образом получается неоднородная система алгебраических уравнений,

$$A_{ij}y_i = B_i, i,$$

где  $j = 1, 2, \dots, 6$

здесь

$A_{i,j}$  - матрица из коэффициентов при неизвестных

$y_j$  - столбец неизвестных

$B_i$  - столбец свободных членов

Для существования нетривиального решения этой системы необходимо равенство нулю ее определителя  $D[a_{ij}(t)] = D(t)$ . Минимальное значение параметра  $t = t^*$ , обеспечивающее это условие и является критическим значением этого параметра для рассматриваемой оболочки. В качестве параметра можно брать время, нагрузку и т.п.

Этот алгоритм позволяет

1) определять напряженно-деформированное состояние оболочек вращения под действием зависящих от времени осесимметричных нагрузок, температурного поля;

- 2) оценивать критическую нагрузку в случае осесимметричной и неосесимметричной потере устойчивости;
- 3) учитывать прогибы, перемещения края и тем самым делать оценки работоспособности оболочки;
- 4) по бифуркации процесса деформации исследовать неосесимметричную потерю устойчивости, определять критическое время и соответствующую критическую нагрузку.

Примененный алгоритм показывает, что соотношения различных вариантов теории пластичности можно использовать в расчетах единым образом. Поскольку основные эффекты влияния ползучести проявляются уже в случае, когда она является установившейся, в основном расчеты производятся по соотношениям этого варианта теории.

Соотношениями установившейся ползучести хорошо описывается кратковременная ползучесть многих конструкционных сплавов [10]. Рассматриваемый диапазон времени обычно простирается от 2-3 до 1000 сек.

### **Цель и задачи исследования**

Расчет напряженно-деформированного состояния оболочки вращения с учетом температурного фактора

Ниже приводятся результаты исследования поведения при высоких температурах оболочек, изготовленных из сплава Д16АТ. Для этого сплава из работы [12] взяты кривые мгновенного деформирования и зависимости от температуры констант  $\sigma_n$  и  $n$  при степенном законе для скорости ползучести

$$\dot{\epsilon}_c = e_n \left( \frac{\sigma}{\sigma_n} \right)^n \quad (4)$$

где  $e_n$  - масштабный множитель, равный  $10^{-4} \text{ сек}^{-1}$

В координатах  $T$  и  $\sigma$  область, в которой работает материал Д16АТ, можно условно изобразить суммой четырех областей А,В,С,Д (рис 1).

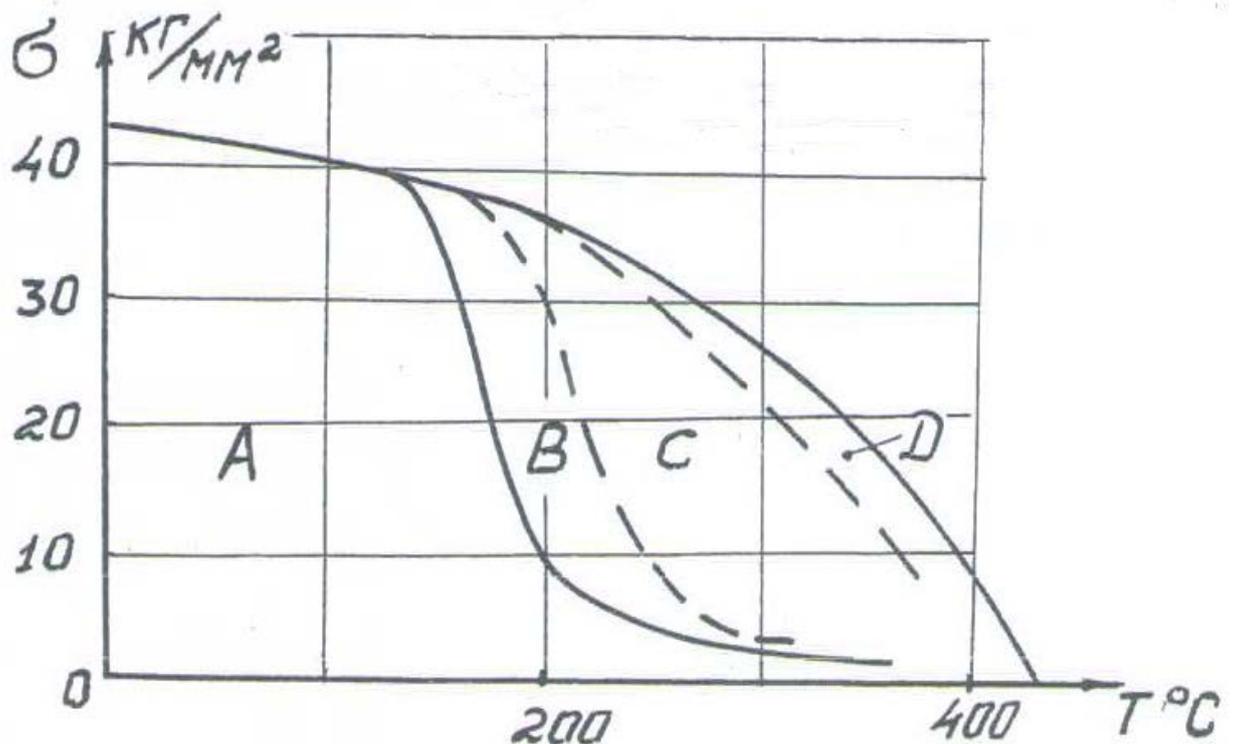


Рис. 1. Поведение оболочек из Д16АТ от температуры (рис. автора)

В области "А" ползучесть вообще не стоит учитывать в расчетах, настолько она незначительна. В области "В" ползучесть развивается медленно  $\dot{\epsilon}_c \sim 10^{-8} \div 10^{-10} \text{ сек}^{-1}$ , не является кратковременной и сопровождается упрочнением. В области "С" упрочнения не происходит, поведение материала Д16АТ хорошо описывается формулой (4). Эта область и будет нас интересовать. В области "Д" скорости ползучести очень велики. Время работы конструкции исчисляется долями секунды.

### Поведение цилиндрических оболочек при внешнем давлении

При действии внешнего давления цилиндрическая оболочка теряет устойчивость по неосесимметричной форме хлопком. По напряженно-деформированному состоянию можно сразу сказать, будет влияние ползучести существенным или нет. Действующее давление при учете ползучести должно быть, естественно, меньше критического без учета ползучести.

Рассматривалась цилиндрическая оболочка длины  $\dot{\epsilon}_c L = 200$  мм, радиуса  $R$ , толщины  $h = 1$  мм. Оболочка равномерно прогрета до температуры  $T =$

Дневник науки | [www.dnevniknauki.ru](http://www.dnevniknauki.ru) | СМИ Эл № ФС 77-68405 ISSN 2541-8327

300<sup>0</sup>С. Из-за нагрева оболочка свободно расширяется, потом края заземляются, ( т.е. влияние температуры распространяется только на свойства материала). Перемещение  $u_0$  не ограничивается.

На оболочку действует равномерное внешнее давление  $q$ . При определении напряженно-деформированного состояния граничные условия на левом краю

$$u_0 = 0, w_0 = -\alpha_T TR, \varphi_0 = 0,$$

на правом

$$T_{\alpha 0} = 0, w_0 = -\alpha_T TR, \varphi_0 = 0. \quad (5)$$

В момент потери устойчивости граничные условия на обоих краях равны нулю.

Получено, что для такой оболочки критическое внешнее давление без учета ползучести  $q^* = 2.1$ атм, число волн по окружности равно 6. Напряжения, возникающие в оболочке, будут приблизительно равны  $2 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$ . Для таких напряжений скорости деформаций ползучести будут очень малыми, порядка  $10^{-10}$ сек<sup>-1</sup>. Поэтому можно заключить, что в данном случае влияние ползучести будет ничтожно малым и им можно пренебречь. Это подтверждает расчет.

Для оболочки, у которой  $h = 3$ мм, а остальные размеры и температура брались прежними, получено, что критическое давление

$q^* = 33.9$  атм, число волн на окружности  $-4$ . Возникающие в оболочке напряжения  $\sigma_\beta \sim 11 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2}$ . Скорость деформации ползучести в этом случае  $\dot{\epsilon} \sim 10^{-4}$  и ползучесть необходимо учитывать в расчетах. Например, при действии постоянного давления  $q = 32$  атм расчетом найдено критическое время  $t^* = 33$  сек, число волн равно 4.

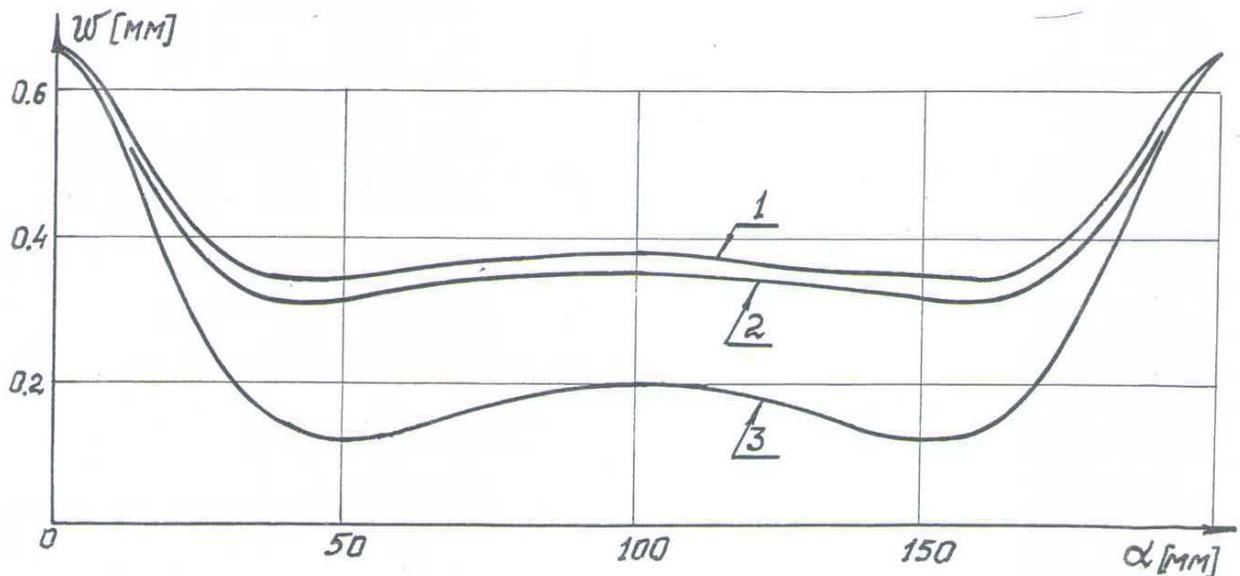


Рис. 2. Кривые деформации (рис. автора)

На (рис. 2) кривая 2 представляет прогиб при  $3q = 33.9$  атм. Кривыми 1 и 3 изображен прогиб докритического состояния при давлении  $q = 33$  атм в моменты времени  $t = 0$  и  $t = 33$  сек соответственно. Из рисунка видно, что критерий критической деформации здесь применять нельзя.

## Выводы

Используемые в настоящей работе критерии ползучести и выбранный численный метод решения задачи прочности и устойчивости позволили исследовать напряженно-деформированное состояние в цилиндрических оболочках в условиях ползучести с учетом физической и геометрической нелинейности.

Проведены расчеты напряженно-деформированного состояния в цилиндрических оболочках с учетом температурного поля. Примененный метод позволяет оценить возникающие при нагружении прогибы, определять уровни критических нагрузок. Возможность выявления и учет этих факторов необходимы для обеспечения надежности и работоспособности конструкций.

## Библиографический список

1. Бахвалов И.С. Численные методы / И.С. Бахвалов. – М.: МГУ им М.В. Ломоносова, 2005. – 636 с.

2. Биргер И.А. Термопрочность деталей машин / И.А. Биргер, Б.Ф. Шофф. – М.: Изд-во Машиностроение, 1995. – 297 с.
3. Бутина Т.А. Конечно-разностный метод численного решения краевых задач прочности и устойчивости оболочек вращения в условия ползучести материала / Т.А. Бутина, В.М. Дубровин // Дневник науки. – 2022. - №9
4. Вольмир А.С. Устойчивость оболочек при ползучести / А.С. Вольмир, П.Г. Зыкин // Сб. Тепловые напряжения в элементах турбомашин, №2, 1988.
5. Григолюк Э.И. Устойчивость оболочек в условиях ползучести / Э.И. Григолюк, Ю.В. Липовец // ПМТФ. – 1982. - №4.
6. Димитриенко Ю.И., Нелинейная механика сплошной среды / Ю.И. Димитриенко. – М.: Физматлит, 2009. – 624 с.
7. Дубровин В.М. Моделирования ползучести тонкостенных оболочек при переменных нагружениях / В.М. Дубровин, Т.А. Бутина // Математическое моделирование и численные методы. – 2022. - №1 – 12 с.
8. Дубровин В.М. Моделирование процесса ползучести конструкционных материалов / В.М. Дубровин, Т.А. Бутина // Инженерный журнал " Наука и инновации". – 2013. - №9(21) – 18 с.
9. Качанов Л.М. Основы теории пластичности – М.: Наука, 1969. – 420 с.
10. Милейко С.Т. Кратковременная ползучесть / С.Т. Милейко, Ю.И. Работнов. – М.: Изд-во Машиностроение, 1985. – 298 с.
11. Муштари Х.М. Нелинейная теория упругих оболочек / Х.М. Муштари, Г.З. Галимов. – Казань: Таткнигиздат, 1985. – 437 с.
12. Работнов Ю.И. Ползучесть элементов конструкций – М.: Наука, 1999. – 365 с.

*Оригинальность 85%*