

УДК 51

DOI 10.51691/2541-8327_2023_11_13

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ ПРИ РЕШЕНИИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Поскиваткина Е.А.¹

Студент,

Самарский государственный экономический университет,

Самара, Россия

Аннотация. В статье описано, какие методы линейной алгебры лучше всего использовать для решения экономических задач. Использование элементов линейной алгебры способствует не только решению задачи с целью получить какой-либо ответ на поставленный вопрос, но и сделать определенные выводы о работе экономического субъекта. Алгебраические методы позволяют решать экономические задачи, не прибегая к формализации или приведению к общему виду. Благодаря этому появляется возможность работать с конкретными субъектами экономики.

Ключевые слова: линейная алгебра, экономические задачи, матрицы, матричный метод, системы линейных уравнений, системы линейных неравенств, задачи оптимального планирования.

APPLICATION OF LINEAR ALGEBRA METHODS IN SOLVING ECONOMIC PROBLEMS

Poskivatkina E.A.

Student,

Samara State University of Economics,

Samara, Russia

¹ Научный руководитель - Цепкова Анжелика Николаевна, преподаватель математики Самарский государственный экономический университет
Дневник науки | www.dnevniknauki.ru | СМИ Эл № ФС 77-68405 ISSN 2541-8327

Annotation. The article describes which methods of linear algebra are best used to solve economic problems. The use of linear algebra elements contributes not only to solving the problem in order to get some answer to the question posed, but also to draw certain conclusions about the work of an economic entity. Algebraic methods allow solving economic problems without resorting to formalization or reduction to a general form. This makes it possible to work with specific economic entities.

Keywords: linear algebra, economic problems, matrices, matrix method, systems of linear equations, systems of linear inequalities, optimal planning problems.

Зачастую экономическая задача представляет собой сложное и подробное описание процессов и явлений экономики, поэтому для упрощения этих записей часто используют упрощение и формализацию. Экономические явления, прошедшие через эти действия принято называть экономическими моделями. При построении такой модели используются только основные черты и факторы, т.е. те, которые в наибольшей мере влияют на функционирование экономического субъекта (фирмы, потребителя, производителя и др.), отбрасывая прочие детали, особенности конкретного объекта, изъяны, недостатки.

Этот метод работы с задачами из экономической сферы имеет как положительные, так и отрицательные стороны. С одной стороны, благодаря обобщению и формализации, есть возможность записать наиболее важные факторы в более простом в плане восприятия информации виде. Исходя из этих общих данных, а также соотношений между ними, можно сделать общие выводы о работе и функционировании или вывести новые сведения об объекте изучения. Но с другой стороны из обобщенной информации практически невозможно в полной мере изучить заданный вопрос и дать на него развернутый ответ, который отражал бы все тонкости и нюансы изучаемой темы. Это приведет к возникновению неточностей и погрешностей, а значит не подходит для изучения конкретного заданного экономического объекта.^[3]

Экономические модели дают возможность для оценки дальнейшего развития экономического объекта. Однако при попытке спрогнозировать поведение экономического субъекта в недалеком будущем, используя при этом данные модели, остается только возможность опираться исключительно на собственную интуицию, из-за чего может быть не учтено множество мелких факторов, которые в совокупности или каждый самостоятельно оказывают на работу изучаемого субъекта значительное влияние.

Для того, чтобы избежать излишнего упрощения и приведения схожих экономических процессов и явлений к общему виду, при решении и анализе экономических задач применяются методы и элементы линейной алгебры. В зависимости от вида и сложности задачи ее можно решить с помощью следующих методов: использовании векторов, матричного метода, приведения задачи к системам линейных уравнений или линейных неравенств, применению задач оптимизации и т.д.^[1]

Алгоритм решения экономической задачи при помощи математических методов можно представить в следующем виде (Рис. 1). Экономическая задача представляет собой экономическую модель некоторого процесса экономики. Экономическая модель переносится в вид математической, после чего подбирается метод решения задачи. Результат решения получает свою трактовку в экономике, после чего происходит анализ полученных данных.

Следует отметить, что одного и того же решения для нескольких процессов или действий в экономике быть не может. Для каждого субъекта создается собственная экономическая модель, и расчеты происходят исходя из данных конкретного субъекта.



Рисунок 1. Общий путь решения экономической задачи при помощи математических методов.[5, стр. 24]

Чаще всего при решении задач экономической сферы используется матричный метод, из-за компактности используемых матриц, при которой не теряется ни подробности содержания изучаемого предмета, ни наглядность записи. Результат решения не искажает ни суть задачи, ни результат ее решения, и позволяет проводить все необходимые для дальнейшего анализа действия.

Матрица – прямоугольная таблица, состоящая из чисел (элементов матрицы). Размерность матрицы определяется количеством строк и столбцов в ней (m и n соответственно). Обозначается заглавной латинской буквой.^[5]

Рассмотрим применение матриц в решении экономических задач на конкретном примере.

Задача 1. Предприятие выпускает 4 вида продукции - a , b , c , d – и реализует ее в трех регионах – W , M , N . Объемы производства и цены на реализацию продукции каждого вида в каждом из регионов представлены в таблице 1. Пользуясь данными, необходимо выяснить, в каком регионе наиболее выгодно осуществлять реализацию производимой продукции.

Таблица 1 – Данные для решения задачи 1, у.е.

Виды продукции	Регионы реализации продукции			Объемы производства, %
	W	M	N	
a	2	1	2	10
b	4	2	3	40
c	1	3	1	30
d	1	4	4	20

Для решения задачи необходимо данные записать в виде двух матриц А и В. В матрице А отражены цены реализации продукции, а в матрице В – объемы

производства: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \end{pmatrix}, B = (10 \ 40 \ 30 \ 20)$. Перенос данных

производится в соответствии со строками и столбцами таблицы.

Для того чтобы выяснить выгодность реализации продукции необходимо найти уровень выручки по каждому региону, поэтому цены необходимо перемножить с объемами производства. Так, матрицу В нужно умножить на

$$\text{матрицу } A: B * A = (10 \ 40 \ 30 \ 20) * \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \end{pmatrix} =$$

$$(20 + 160 + 30 + 20 \quad 10 + 80 + 90 + 80 \quad 20 + 120 + 30 + 80) =$$

$$(230 \ 260 \ 250).$$

Из результатов решения задачи можно увидеть, что по уровню выгоды все три региона находятся примерно на одном уровне, но лидирует по этому показателю регион М. Исходя из этого результата, руководство предприятия может сделать соответствующие выводы о реализации продукции на этих территориях. Так, например, может быть принято решение о изменении объема поставок на эти территории (о его сокращении или же увеличении), или же предприятие решит найти новые места для реализации продукции в добавок к этим или же вместо каких-либо из них. Это решение будет зависеть от интересов организации, а также ее планов на определенный период.

С помощью матриц появляется с возможность решать задачи оптимального планирования. Такие задачи имеют общую цель решения:

необходимо найти такой план, который был бы допустимым для данного экономического субъекта, и обеспечивал бы наибольшую прибыль по сравнению со всеми другими возможными планами.

Это означает, что для одного предприятия можно создать множество планов развития его деятельности (темп выпуска товаров, уровень, количество и скорость оказываемых услуг и выполняемых работ и т.д.). Из всего этого множества планов необходимо найти те, которые смогут обеспечить наибольшее количество полученной прибыли организации, и при этом удовлетворить требования покупателей (заказчиков) и показать достойный уровень продукции (услуг, работ).

Задача такого рода – одна из важнейших задач экономической теории. Она не имеет единого для всех предприятий решения, но матрично-векторные методы решения способствуют появлению шаблона для решения таких задач.^[4]

Итак, в общем виде задачу оптимального планирования можно представить в следующем виде: $P(X)=C*X \rightarrow \max, AX \leq B, X \geq 0$, где X – множество всех планов, A – матрица норм расхода основных средств, B – вектор запасов ресурсов, C – вектор удельных прибылей предприятия.

Эта запись говорит о том, что задачу оптимального планирования можно представить следующим образом: необходимо найти максимум функции прибыли $P(X)$ на множестве существующих и соответствующих требованиям планов (множество планов обозначим как Δ): $P(X)=C*X \rightarrow \max, X \in \Delta$. Все это означает, что максимум функции покажет наиболее подходящий компании план деятельности, и в недалеком будущем именно он приведет ее к более высокому уровню прибыли.

Следующие методы решения задач, к которым наиболее часто обращаются при решении экономических задач, - методы приведения задач к системам линейных уравнений или системам линейных неравенств.

Через системы уравнений или неравенств обычно решаются задачи, направленные на получение прогнозов и анализа функционирования предприятия, а также они могут быть рассчитаны на планирования микроэкономики организации. Условно рассмотрим задачу на прогноз выпуска продукции по запасам сырья.^[6]

Задача 2. Пусть предприятие выпускает три вида продукции и использует при этом три типа материалов. При этом известен расход материала на одну единицу товара. Необходимо выяснить какой объем продукции каждого вида может выпустить предприятие при определенных запасах сырья при условии полного расхода материалов (табл. 2).

Таблица 2 – Условные обозначения, созданные по условиям задачи

Вид сырья	Расход сырья по видам продукции			Запас сырья
	1	2	3	
I	a_{11}	a_{12}	a_{13}	b_1
II	a_{21}	a_{22}	a_{23}	b_2
III	a_{31}	a_{32}	a_{33}	b_3

Обозначим неизвестные задачи – объемы производства – через переменные: x_1, x_2, x_3 .

Схематично решение подобных задач с помощью систем линейных уравнений можно представить следующим образом. (Рис. 2).



Рисунок 2. Алгоритм решения экономических задач, сводящихся к системам линейных уравнений. [5, стр.26]

Перенесем данные задачи и переменные в систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2. \text{ При решении данной системы находим значение} \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

переменных x_1 , x_2 , x_3 . Эти значения будут являться искомыми объемами продукции всех трех видов, которые можно выпустить при данных запасах сырья. Затем результат решения передается экономической трактовке и позволяет провести анализ работы предприятия. Так, по данной задаче по полученным показателям можно понять, достаточно ли материалов для того, чтобы обеспечить бесперебойное функционирование организации, или же необходимо пополнить запасы, возможно ли будет осуществить поставку продукции, или ее не достаточно для этого, провести анализ и составить прогноз рынка реализации продукции и т.д. Также полученные в ходе решения данные могут быть использованы при анализе эффективности работы предприятия.

Приведение экономической задачи к системам линейных неравенств решается аналогичным способом: опираясь на данные задачи, составляется система линейных неравенств. Решение системы неравенств позволит ответить на вопрос, описанный в задаче, и сделать необходимые выводы о работе предприятия или организации.

Применение элементов линейной алгебры показывает высокую эффективность при решении экономических задач. Эти математические методы позволяют не только получить точный ответ на поставленный вопрос, но и провести анализ работы субъекта экономики и понять, насколько эффективна работа субъекта, а также скорректировать или создать новый план его работы.

Библиографический список:

1. Блинова Ю.Ю., Родина Е.В. РЕШЕНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ МАТРИЧНЫМ МЕТОДОМ // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 5-2. – С. 140-142;

URL: <https://top-technologies.ru/ru/article/view?id=34028> (дата обращения: 20.10.2023).

2. Григорьева Д.Р., Герасимов В.О. РЕШЕНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ МАТРИЧНОГО МЕТОДА / Григорьева Д.Р., Герасимов В.О. – Набережные Челны, 2017.
3. Костик В.В., Мельникова Ю.В ПРИЛОЖЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ К РЕШЕНИЮ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ / Костик В.В., Мельникова Ю.В – Елец, 2014.
4. Кряквин В.Д. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА. Пособие к решению задач. и большая коллекция вариантов заданий — М.: Вузовская книга, 2004. – стр. 147-150.
5. Новикова Т.В. Элементы линейной алгебры и линейного программирования в экономике: Методическая разработка / Новикова Т.В. – М.:ТОМИНТЕХ, 2013 – стр. 3-6; стр. 24-27.
6. Т.С. Чернова РЕШЕНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ МЕТОДАМИ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ / Т.С. Чернова - Наука ЮУрГУ: материалы 69-й научной конференции Секции естественных наук, 2021 – стр. 75-79

Оригинальность 88%