

УДК 378.147+ 378.046.4

DOI 10.51691/2541-8327\_2022\_8\_6

***АВТОМАТИЗАЦИЯ ПРОВЕРКИ ЗАДАЧ С ПЕРЕСТАНОВКАМИ В  
ЦИФРОВОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ ПОМОТЕХ***

***Димитриенко Ю.И.***

*д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой*

*Московский государственный технический университет имени Н. Э.  
Баумана,*

*Москва, Россия*

***Губарева Е.А.***

*к.ф.-м.н., доцент, зам.зав.кафедрой*

*Московский государственный технический университет имени Н. Э.  
Баумана,*

*Москва, Россия*

***Зубарев К.М.***

*Старший преподаватель кафедры*

*Московский государственный технический университет имени Н. Э.  
Баумана,*

*Москва, Россия*

***Алесин А.В.***

*Научный сотрудник*

*Московский государственный технический университет имени Н. Э.  
Баумана,*

*Москва, Россия*

***Иванова Т.Л.***

*Старший преподаватель кафедры*

*Московский государственный технический университет имени Н. Э.  
Баумана,*

*Москва, Россия*

**Аннотация.** В работе представлены результаты работ по разработке методики автоматизации проверки задач из курса «Алгебры», ответ на которые записывается в виде перестановки, транспозиции или произведения независимых циклов. В статье описывается алгоритм организации проверки, который позволяет устранить неоднозначность ответа. Разработанные авторами методы проверки задач позволяют проверить результат, записанный как в виде транспозиций, так и в виде независимых циклов, кроме того ответ на задачу можно записать в виде произведения транспозиций. В работе приведены примеры действия алгоритма на задачах, изучаемых в курсе "Алгебра" студентами МГТУ им. Н.Э. Баумана. Контрольные примеры реализованы на базе цифровой образовательной среды "Nomotex", разработанной ранее авторами. Разработанная методика автоматизации проверки заданий активно применяется авторами в аудиторном обучении инженеров МГТУ им. Н.Э. Баумана.

**Ключевые слова:** цифровая образовательная среда, математический пример, перестановка, транспозиция, автоматическая проверка.

## ***AUTOMATION OF CHECKING TASKS WITH PERMUTATIONS IN THE NOMOTEX DIGITAL EDUCATIONAL ENVIRONMENT***

***Dimitrienko Yu. I.***

*doctor of physical and mathematical Sciences, Professor, head of the department  
Bauman Moscow state technical University,*

*Moscow, Russia*

***Gubareva E. A.***

*candidate of physical and mathematical Sciences, associate Professor, Deputy  
head*

*of the department*

*Bauman Moscow state technical University,*

*Moscow, Russia*

***Zubarev K.M.***

*Senior Lecturer*

*Bauman Moscow state technical University,*

*Moscow, Russia*

***Alesin A.V.***

*Scientific member*

*Bauman Moscow state technical University,*

*Moscow, Russia*

***Ivanova T.L.***

*Senior Lecturer*

*Bauman Moscow state technical University,*

*Moscow, Russia*

**Abstract.** The paper presents the results of work on the development of a methodology for automating the verification of tasks from the course "Algebra", the answer to which is written in the form of a permutation, transposition or product of independent cycles. The article describes an algorithm for organizing a check, which allows you to eliminate the ambiguity of the answer. The methods for checking problems developed by the authors make it possible to check the result written both in the form of transpositions and in the form of independent cycles, in addition, the answer to the problem can be written as a product of transpositions. The paper gives examples of the algorithm's action on problems studied in the course "Algebra" by students of the Moscow State Technical University. N.E. Bauman. Test cases are implemented on the basis of the digital educational environment "Nomotex", developed earlier by the authors. The developed methodology for automating task checking is actively used by the authors in the classroom training of engineers at Bauman Moscow State Technical University.

**Key Words:** information educational environment, mathematical example, permutation, transposition, automatic verification.

### **Введение.**

Электронный интерактивный курс «Алгебра», изучаемый студентами МГТУ имени Н.Э. Баумана на кафедре «Вычислительная математика и математическая физика» (ФН-11), разработан на базе цифровой образовательной среды "Nomotex" [5,6,7], также созданной на кафедре ФН-11.

Раздел «Теория групп» курса «Алгебра» - один из основных и наиболее важных разделов данного курса, имеет широкое применение в математике, физике, химии и в прикладных областях, таких как компьютерная графика, томография, криптография. Ответы на некоторые задачи в курсе алгебры записываются в виде перестановки, которую можно записать в виде транспозиций, произведения независимых циклов, произведения перестановок [7]. Чтобы устранить неоднозначность ответа авторами был разработан алгоритм, позволяющий автоматически установить правильность ответа студента [10,11].

Кроме того, создана система начисления баллов за ответ студента, в зависимости от степени выполнения задания [1,2], при этом сам ход решения не проверяется. Описанный алгоритм реализован в контрольных примерах, созданных в цифровой образовательной среде Nomotex и применяется в рамках всех контрольных мероприятий в курсе алгебры [3,8,9].

### **Задачи с вводом ответа в виде произведения независимых циклов**

Перестановка это биективное отображение, которое числу  $i$  ставит в соответствие  $i$ -ый элемент из набора, общепринятый вид записи перестановки:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ i_1 & i_2 & \dots & i_n \end{pmatrix}$$

который означает, что элемент под номером 1 перешёл в элемент  $i_1$ , элемент 2 перешёл в элемент  $i_2$  и так далее [12]. Возьмём, например, следующую перестановку

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

согласно которой элемент 1 перешёл в элемент 4, элемент 2 перешёл в 3 и так далее. Данную перестановку можно записать в виде произведения независимых циклов. Для этого смотрим на элемент 1, он переходит в 4, а элемент 4 переходит в элемент 1, цикл замкнулся, его можно записать в виде  $(1\ 4)$ , далее смотрим на элемент 2, он переходит в 3, а 3 переходит в 2, получаем ещё один независимый цикл –  $(2\ 3)$ .

Таким образом исходную перестановку можно переписать в виде:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = (14)(23).$$

Кроме того, внутри независимых циклов элементы можно менять местами циклическим образом, а также можно менять сами независимые циклы, таким образом получаем несколько вариантов записи

$$(41)(23) = (14)(32) = (23)(14) = \dots$$

Рассмотрим следующую задачу, которая предлагается студентам в рамках контрольных мероприятий по курсу алгебры: в группе  $S_4$  записать

подстановку  $\sigma$  в виде произведения независимых циклов. Как было рассмотрено выше ответ на данную задачу можно записать разными видами, поэтому сверить ответ студента с правильным не получится, так как ответ не единственен. Для решения этой проблемы в ЦОС Nomotex реализован следующий алгоритм

1. Исходная перестановка автоматически приводится к произведению независимых циклов;
2. Полученный результат сравнивается с ответом студента по следующим пунктам:
  - а) количество независимых циклов,
  - б) независимость циклов, то есть проверяется не повторяются ли элементы в разных независимых циклах,
  - в) проверка самих циклов, в том числе записанных в другом порядке, позволяющая избежать прямого перебора всех возможных правильных ответов,
  - г) в случае, если не выполнен хотя бы один пункт, проверяется, соответствует ли введённый ответ исходной подстановке, то есть сохраняется ли отображение;
3. Проверка ошибок ввода, например, если студент при вводе ответа указал тождественный цикл (1), то это не является ошибкой.

Указанная последовательность действий позволяет учесть все возможные, верные ответы на данную задачу.

При классической автоматической проверке, когда введённый ответ сравнивается с ответом, указанным в системе, студент может получить либо полный балл за задачу, либо 0. Алгоритм, описанный выше, позволяет начислять баллы за частично выполненную задачу, следующим образом

1. Если выполнен пункт А, то студент получает 0.3 от указанных баллов за задачу.
2. Если выполнены верно пункты Б и В, то добавляется ещё 0.7 баллов. Без верного пункта А баллы не начисляются.
3. Если не выполнен хотя бы один из пунктов А-В, то за выполнение пункта Г, студенту начисляется 0.3 от общего числа баллов за задачу.

Таким образом, описанный алгоритм позволяет объективно оценить введённый ответ и избежать ситуации при которой незначительная ошибка студента приводит к тому, что задача оценивается на 0 баллов.

Выбор варианта:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Запишите подстановку в виде произведения независимых циклов:

$$\sigma = \left( \text{input} \right) \left( \text{input} \right)$$

Рис. 1. Форма ввода ответа на задачу о разложение подстановки в ЦОС Nomotex. Источник: <https://nomotex.ru>.

На рисунке 1 изображена форма для ввода ответа в ЦОС Nomotex. В каждое окно вводится независимый цикл в виде последовательности цифр, при необходимости можно добавить независимые циклы или удалить лишние.

### **Задача о разложении подстановки на транспозиции**

Транспозицией называется независимый цикл из двух элементов, то есть когда меняются местами два элемента. Транспозицией специального вида называется транспозиция, в которой меняются местами соседние элементы. Любую перестановку можно разложить как на произведение

Дневник науки | [www.dnevniknauki.ru](http://www.dnevniknauki.ru) | СМИ Эл № ФС 77-68405 ISSN 2541-8327

обычных транспозиций, так и на произведение транспозиций специального вида. Разложение перестановки на транспозиции не единственно, причём, в отличие от предыдущего примера число транспозиций в разложение тоже может быть разным. Рассмотрим задачу о разложении подстановки на транспозиции специального вида, для устранения неоднозначности ответа был реализован следующий алгоритм:

1. Проверяется, соответствует ли введённый ответ исходной перестановке, то есть сохраняется ли отображение, но не совпадает с перестановкой, заданной в условии.
2. Проверяется является ли каждый цикл транспозицией специального вида:
  - а) каждый цикл является транспозицией,
  - б) в этой транспозиции меняются местами только 2 элемента,
  - в) проверка транспозиций, в том числе записанных в другом порядке.
3. Проверка ошибок ввода, например, если студент при вводе ответа указал тождественный цикл (1), то это не является ошибкой.

Приведённый выше алгоритм позволяет устранить неоднозначность ответа, а также позволяет начислять баллы за частично выполненную задачу, следующим образом:

1. Если выполнен пункт 1, то студенту начисляется 0.25 от полного балла за задачу.
2. Если выполняется пункт А, то прибавляется ещё 0.25 балла.
3. При выполнении пунктов Б и В начисляются ещё 0.5 балла.

Примечание: если не выполнен пункт 1, то оценка за задачу 0 баллов. Если не выполнен пункт А, то пункты Б и В не засчитываются.

## **Выводы.**



В работе предложены алгоритмы, которые позволяют избежать неоднозначности в ответе студента при использовании автоматической проверки задач с перестановками, а также объективно оценить задачу с учётом степени выполнения.

Разработанные алгоритмы реализованы в контрольных примерах на базе ЦОС Nomotex и в данный момент применяются при проведении контрольных мероприятий в рамках курса алгебры.

### Библиографический список

1. Анисова Т.Л., Облакова Т.В. Оценка уровней достижения математических компетенций бакалавров-инженеров / Т.Л. Анисова, Т.В. Облакова // Математический вестник педвузов и университетов ВолгоВятского региона. – 2016. –18. –С.136-142.

2. Анисова Т.Л. Принципы методики обучения математике, направленной на повышение математической компетентности бакалавров/ Т.Л. Анисова // Современные проблемы науки и образования. – 2018. –№ 1. [Электронный ресурс]. – Режим доступа – URL: <http://www.scienceeducation.ru/ru/article/view?id=27326> (дата обращения: 15.10.2019).

3. Всероссийский семинар «Новые цифровые технологии для математической подготовки инженерных кадров» [Электронный ресурс]. – Режим доступа – URL: <http://www.bmstu.ru/mstu/news/news.html?newsid=4556> (дата обращения: 15.10.2022).

4. Джанелли М. Электронное обучение в теории, практике и исследованиях // Вопросы образования. - 2018. – № 4. С. 81–98.

5. Димитриенко Ю.И., Губарева Е.А. Новая научно-методическая модель математической подготовки инженеров/ Ю.И. Димитриенко, Е.А.

Губарева // Международный журнал экспериментального образования. – 2017. – № 11. – С. 5-10.

6. Димитриенко Ю.И., Губарева Е.А., Чебаков Д.А. Конструирование электронных интерактивных курсов в цифровой образовательной среде NOMOTEX/ Ю.И. Димитриенко, Е.А. Губарева, Д.А. Чебаков // Дневник науки. - 2019 .- № 11

7. Димитриенко Ю.И., Губарева Е.А., Зубарев К. М., Алесин А.В., Иванова Т.Л. Автоматизация проверки математических заданий по курсу «Аналитическая геометрия» в системе Nomotex / Цифровые технологии в инженерном образовании: новые тренды и опыт внедрения: Сборник трудов Международного форума, Москва, 28–29 ноября 2019 года. – М.: Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет), 2020. – С. 206-208.

8. Егоркина Е.Б., Иванов М.Н., Иванов Н.Н., Учеваткина Н.В. Формирование научноисследовательских компетенций студентов с применением дистанционных образовательных технологий и электронного обучения // Сб. матер. XI Всерос. науч.-практ.конф. «Цифровые технологии в образовании, науке, обществе». Петрозаводск, 2017. С. 52–55.

9. Китова Е.Т., Скибицкий Э.Г. Информационно-образовательная среда вуза – инструментарий повышения уровня подготовки студентов/ Е.Т. Китова, Э.Г. Скибицкий // Инновации в образовании. – 2016. –№ 10. –С. 116–125.

10. Онлайн-обучение: как оно меняет структуру образования и экономику образования и экономику университета. Открытая дискуссия Я.И. Кузьминова — М. Карной // Вопросы образования. - 2015. № 3. С. 8–43.

11. Селевенко Г.К. Энциклопедия образовательных технологий. В 2 т. Т. 1. - М.: Народное образование, 2005. 553 с.

12. Смолкин А.М. Методы активного обучения: Науч.-метод. пособие. - М.:Высш. шк., 1991. 176 с.

*Оригинальность 87%*