

УДК 539.32

**ЭФФЕКТИВНЫЕ МОДУЛИ ОБЪЕМНОГО СЖАТИЯ  
КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА С ПОЛЫМИ СФЕРИЧЕСКИМИ  
ВКЛЮЧЕНИЯМИ**

**Гурджиев А.В.**

*Студент 4 курса, Аэрокосмический факультет,  
Кафедра «Механика композиционных материалов и конструкций»,  
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,  
Пермь, Россия*

**Демус М.А.**

*Студент 4 курса, Аэрокосмический факультет,  
Кафедра «Механика композиционных материалов и конструкций»,  
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,  
Пермь, Россия*

**Фофанов Ю.О.**

*Студент 4 курса, Аэрокосмический факультет,  
Кафедра «Механика композиционных материалов и конструкций»,  
Пермский национальный исследовательский политехнический университет,  
Пермь, Россия*

**Аннотация:**

В работе рассмотрены дисперсно-упрочненный композиционный материал (ДКМ) с полыми сферическими изотропными включениями и ДКМ с полыми трансверсально-изотропными сферическими частицами. Целью работы являлось определение зависимости модуля объемного сжатия сферопластика от толщины стенки микросферы для двух типов структур и сравнение их друг с другом. В качестве примера рассмотрен композит из эпоксидной матрицы со стеклянными включениями. Данная зависимость необходима при

проектировании ДКМ, преимущественно используемого в судостроении и авиастроении.

**Ключевые слова:** сферопластик, эффективный модуль объемного сжатия, полые сферические включения, изотропные микросферы, трансверсально-изотропные микросферы.

***EFFECTIVE MODULES FOR VOLUME COMPRESSION OF A COMPOSITE  
MATERIAL WITH HOLLOW SPHERICAL INCLUSIONS***

***Gurdjiev A.V.***

*4th year student, Aerospace Faculty,*

*Department of Mechanics of Composite Materials and Structures,*

*Perm National Research Polytechnic University,*

*Perm, Russia*

***Demus M.A.***

*4th year student, Aerospace Faculty,*

*Department of Mechanics of Composite Materials and Structures,*

*Perm National Research Polytechnic University,*

*Perm, Russia*

***Fofanov Yu.O.***

*4th year student, Aerospace Faculty,*

*Department of Mechanics of Composite Materials and Structures,*

*Perm National Research Polytechnic University,*

*Perm, Russia*

**Abstract:**

Composite materials with hollow spherical isotropic particles and composite materials with hollow transversally isotropic spherical particles were considered in this research. The aim of this work is to obtain the dependence of bulk modulus on

microsphere wall thickness using composites with epoxy matrix and glass particles as an example. This dependence is necessary to create a composite material with the most optimal combination of elastic and weight characteristics, which are essential in the shipbuilding and aerospace industries.

**Keywords:** composite with spherical particles, effective bulk modulus, hollow spherical particles, isotropic microspheres, transversely isotropic microspheres.

Как и любой композиционный материал, сферопластики имеют более низкую плотность, чем альтернативные материалы, например металлы. Сферическая форма включений лучше остальных сопротивляется всесторонним нагрузениям. Таким образом, сферопластики нашли широкое применение в судостроении [2, 9, 10]. Всестороннее нагружение по-другому называют гидростатическим, которое реализуется на стенках корпуса корабля при его погружении в водное пространство. При проектировании материала для корпуса важна такая характеристика, как модуль объемного сжатия. Например, в работе [4] получены точные аналитические решения для эффективных модулей объемного сжатия сплошных и полых трансверсально-изотропных сферопластиков.

Борьба с весом, как известно, наиболее актуальна в авиастроении, поэтому армирование полыми легкими микросферами с минимальными потерями прочности за счет малой концентрации напряжений вокруг включений такой формы нашли там широкое применение [9].

Классическим параметром при проектировании структуры композитов является объемная доля включений. Так, в работе [5] построена зависимость объемной доли железных микросфер в медной матрице от эффективного модуля Юнга. Однако при проектировании сферопластика с полыми микросферами возникает необходимость учитывать толщины их стенок, которые прямо влияют на жесткость и массу включения, следовательно, и на эффективные характеристики [9].

Популярны задачи, где заранее известны нагрузки на конструкцию и требования к прочности, требуется спроектировать такой сферопластик, чтобы его плотность была ниже аналогичного металлического материала и была минимальна. В работе [1] создан алгоритм выбора характеристик микросфер.

Для трансверсально-изотропных микросфер учитываются размеры микросфер, число слоев сферы и материалы слоев. Создание многослойных микросфер также упоминается в работе [6]. Здесь рассматриваются микросферы из пенополистирола, покрытые суспензией металлических или керамических порошков с последующим спеканием. Такой сферопластик может применяться в элементах конструкций, работающих в условиях повышенных температур за счет высоких огнеупорных свойств.

Также к примерам подобных материалов можно отнести композиты с алюмосиликатными полыми микросферами, покрытыми металлической оболочкой, которая повышает теплоизоляционные свойства, а также стойкость материала к ИК и СВЧ излучениям, что позволяет использовать сферопластик для маскирующей защиты объекта от радаров в военных целях [13].

Многослойная и пористая структура кремнеземных микросфер в литий-ионных батареях придает большой объем, хорошую пористость и проницаемость. Эти преимущества могут обеспечить не только обилие мест реакции электрод-электролит, но и “буфер”, препятствующий объемному расширению кремнезема в процессе заряда-разряда ионом лития. Результаты исследования показали, что такой аккумулятор демонстрирует высокую производительность и длительный срок службы [8].

Многослойные углеродные микросферы нашли себе применение в высокопроизводительных суперконденсаторах. Подобная структура микросфер позволила повысить электропроводность и обеспечить высокие электрохимические характеристики при сочетании высокой удельной емкости и производительности. Эта иерархическая структура открывает новые возможности для разработки высокопроизводительных электродов для устройств хранения энергии следующего поколения [12].

Таким образом, наличие слоистой структуры может придать материалу некоторые новые свойства теплопроводности и электропроводности.

В данной работе исследуем такую упругую характеристику, как коэффициент объемного сжатия. Он наиболее точно описывает поведение материала при всестороннем сжатии. Получим зависимость эффективного коэффициента объемного сжатия представительной области сферопластика от изменения толщины стенки микросферы.

Рассмотрим два варианта структуры ДКМ и сделаем выводы влияния вида структуры на коэффициент объемного сжатия, а также целесообразности внедрения трансверсально-изотропных микросфер в изотропную матрицу материала. Все графики на основе используемых формул построены в программном обеспечении Wolfram Mathematica.

Объемную долю  $\nu$ , как следствие, связанный с ней внешний радиус включений при расчетах принимаем постоянными. Внутренний радиус принимает значения от минимального  $R_{min} = 0$  (сфера сплошная), до предельно возможного  $R_{min} = R_{внеш}$ , когда он равен внешнему радиусу (сферическая пора). Температура материала в расчете принимается постоянной комнатной.

Рассматриваем квазиизотропный ДКМ на основе эпоксидной матрицы со сферическими стеклянными полыми изотропными включениями. Исходные данные приведены в таблице 1.

Примем некоторые гипотезы:

- включения имеют идеально сферическую форму,
- частицы наполнителя равномерно распределены во всем объеме композита,
- структура распределения частиц – стохастическая,
- размер частиц одинаков во всем объеме,

- влияние взаимодействия фаз друг с другом пренебрежимо мало.

Таблица 1 – Исходные данные для расчета модуля  $K$  изотропных сфер

Модуль Юнга, ГПа	эпоксидная матрица $E_m$	2,91
	стеклянные включения $E_f$	90
Коэффициент Пуассона	эпоксидная матрица $\nu_m$	0,356
	стеклянные включения $\nu_f$	0,27
Объемная доля включений $\nu$		0,2
Параметр ячейки периодичности, $a$ , мкм		12

Для расчета модуля объемного сжатия для ДКМ с полыми изотропными сферами использовали аналитический и численный методы. В качестве аналитического метода применили формулу (1) Хашина З., приведенную в работе [3]:

$$K^o = \frac{12K_f K_m [(1 - q^3)G_f + (1 - \nu)q^3 G_m] + 16G_f G_m [\nu(1 - q^3)K_f + (1 - \nu)K_m]}{9\nu q^3 K_f K_m + 12q^3 G_m K_f + 12\nu G_f K_m + 12(1 - \nu)(1 - q^3)G_f K_f + 16G_f G_m}, \quad (1)$$

где отношение радиусов и модули объемных сжатий и сдвигов для двух компонентов записываются в виде:

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad q = \frac{R_{min}}{R_{max}}.$$

$$R_{max} = \sqrt[3]{\frac{3\nu a^3}{4\pi}} - \text{внешний радиус сферы, } R_{min} - \text{внутренний радиус сферы.}$$

Строим графики зависимости значений эффективного модуля объемного сжатия от внутреннего радиуса для ДКМ с изотропными полыми микросферами по аналитическому и численному методу. В качестве численного метода использовали программный комплекс ANSYS Mechanical APDL. Результат визуализирован в виде графиков, представленных на рис. 1.

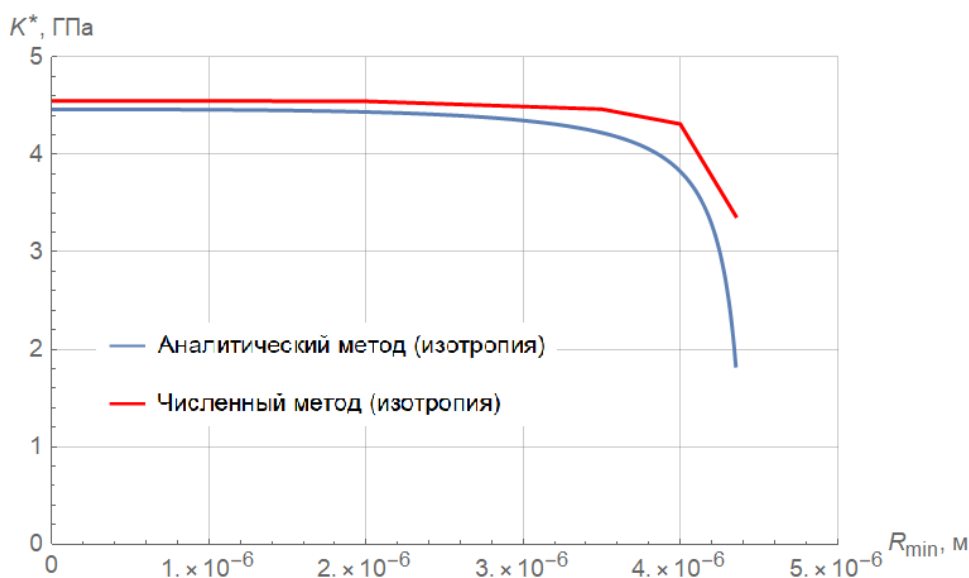


Рис. 1 – Графики влияния внутреннего радиуса изотропной поллой микросферы на модуль объемного сжатия, полученные аналитическим и численным методами<sup>1</sup>

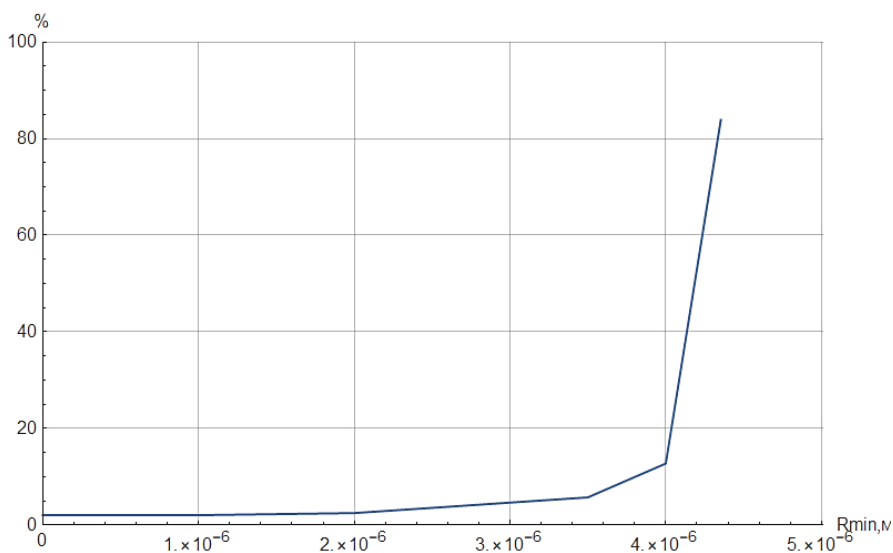


Рис. 2 – График расхождения модулей объемного сжатия, полученные аналитическим и численным методами<sup>2</sup>

На рис. 1 наблюдаем некоторое отклонение значений порядка 2%, которое начиная с  $R_{min} = 3 \text{ мкм}$  резко увеличивается с уменьшением толщины стенки микросферы и достигает 80% при  $R_{min} \approx R_{max}$ . После  $R_{min} = 3 \text{ мкм}$

<sup>1</sup> Авторская разработка

<sup>2</sup> Авторская разработка

начинается существенное снижение эффективной жесткости по обоим расчетным методам. Результат, полученный в точке  $R_{min} = R_{max}$  с помощью программного комплекса ANSYS, полностью совпадает со значением модуля объемного сжатия самого материала. Видно значительное расхождение значений в данной точке, которое, предположительно, связано с неточностью формулы (1). Численные значения отклонений в процентах представлены на рис. 2.

Рассмотрим квазиизотропный ДКМ со сферическими полыми трансверсально-изотропными включениями. Исходные данные приведены в таблице 2.

Дополним гипотезы, принятые для изотропных сфер:

- все слои сферы имеют одинаковые упругие свойства,
- толщины слоев равные,
- модуль Юнга в ортогональном направлении постоянный и задан.

Таблица 2 – Исходные данные для расчета модуля  $K$  слоистых сфер

Модуль Юнга, ГПа	эпоксидная матрица $E_m$	2,91
	стеклянные включения (окружное направление) $E_{f\theta}$	90
	стеклянные включения (ортогональное направление) $E_{fr}$	10
Коэффициент Пуассона	эпоксидная матрица $\nu_m$	0,356
	стеклянные включения (окружное направление) $\nu_{f\theta}$	0,27
	стеклянные включения (ортогональное направление) $\nu_{fr}$	0,27
Объемная доля включений, $\nu$		0,2
Параметр ячейки периодичности, $a$ , мкм		12

Для ДКМ с полыми слоистыми сферами ограничимся аналитическим методом расчета модуля объемного сжатия ввиду трудностей, связанных с



реализацией трансверсальной изотропии в ANSYS. Использовали формулу (2), полученную в работе [4]:

$$K^o = \frac{2P_3(A_{12}P_4 - 6P_6K_mG_m) - A_{11}P_4P_7}{3P_1P_2P_5P_6 + 3P_3P_8}, \quad (2)$$

где отношения радиусов и модули объемных сжатий и сдвигов для двух компонентов записываются в виде:

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}, \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad q = \frac{R_{min}}{R_{max}}, \quad c = \frac{R_{max}}{R_m} = \sqrt[3]{\nu}.$$

$R_m$  – радиус области матрицы.

Компоненты матрицы упругости:

$$A_{11} = \frac{E_{fr}(1-\nu_{f\theta})}{F}, \quad A_{22} = \frac{E_{f\theta}}{F(1+\nu_{f\theta})} \left( 1 - \nu_{fr}^2 \frac{E_{f\theta}}{E_{fr}} \right), \quad F = 1 - \nu_{f\theta} - 2\nu_{fr}^2 \frac{E_{f\theta}}{E_{fr}},$$

$$A_{12} = \frac{E_{f\theta}\nu_{fr}}{F}, \quad A_{23} = \frac{E_{f\theta}}{F(1+\nu_{f\theta})} \left( \nu_{f\theta} + \nu_{fr}^2 \frac{E_{f\theta}}{E_{fr}} \right).$$

Показатель анизотропии:  $n = \sqrt{\frac{1}{4} + 2 \frac{A_{22} + A_{23} - A_{12}}{A_{11}}}$ .

Рассчитаем следующие константы:

$$P_1 = A_{11}(2n - 1) + 4A_{12}, \quad P_5 = q^{2n} - 1,$$

$$P_2 = A_{11}(2n + 1) - 4A_{12}, \quad P_6 = c^3 - 1,$$

$$P_3 = 2(P_1q^{2n} + P_2), \quad P_7 = P_2(1 - 2n) + q^{2n}P_1(1 + 2n),$$

$$P_4 = 4c^3G_m + 3K_m, \quad P_8 = 4G_m + 3c^3K_m.$$

Если принять модуль Юнга в окружном и ортогональном направлении равными в формуле (2), то анизотропный случай выразится в изотропный и решение будет совпадать с решением по формуле (1).

Таким образом, можно построить график зависимости значений эффективного модуля объемного сжатия от внутреннего радиуса для ДКМ с изотропными полыми сферами и со слоистыми полыми сферами (рис. 3).

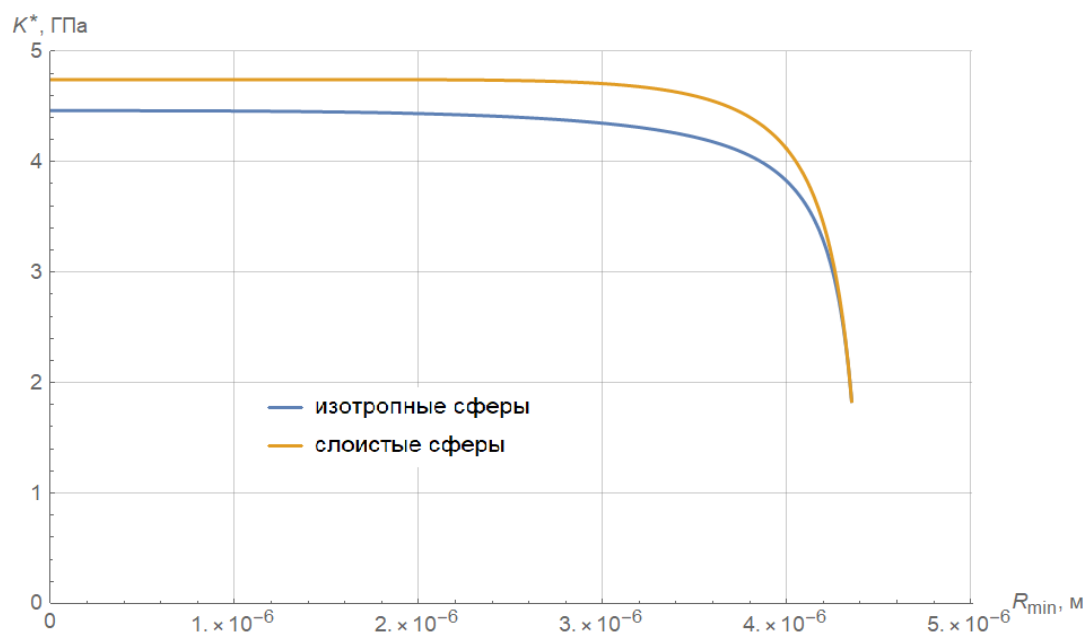


Рис. 3 – Графики влияния внутреннего радиуса анизотропной поллой микросферы на эффективный модуль объемного сжатия<sup>3</sup>

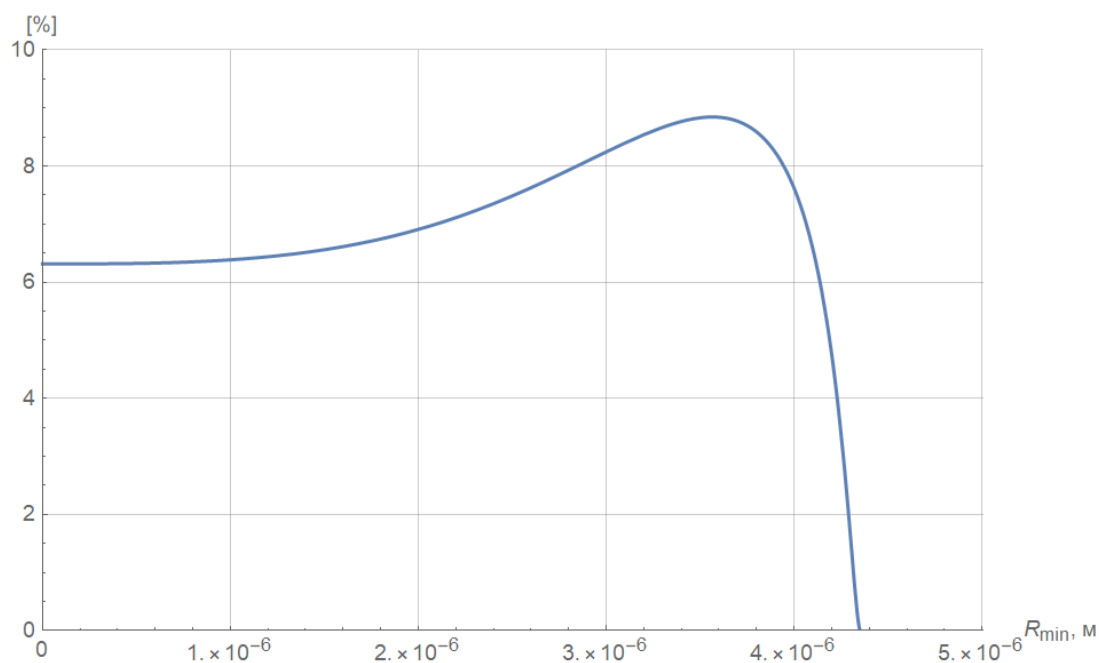


Рис. 4 – График расхождения модулей объемного сжатия при снижении толщины микросферы<sup>4</sup>

Для достижения минимальной плотности и относительно высокого модуля объемного сжатия данного композита наиболее эффективны сферы с внутренним радиусом 3,6 мкм. На рис. 4 видно, что при этом значении разница

---

<sup>3</sup> Авторская разработка

<sup>4</sup> Авторская разработка

модулей объемного сжатия для изотропных и слоистых микросфер максимальна и составляет около 9%.

Рассмотрены два варианта сферопластика, их применение, возможности и проблемы, возникающие при проектировании.

Коэффициент объемного сжатия изменяется нелинейно при уменьшении толщины стенки сферы. Из графика (рис. 1) следует, что при таких соотношениях толщины стенки сферы, когда внутренний радиус составляет примерно  $2/3$  от внешнего, а эффективный модуль объемного сжатия еще имеет высокое значение, реализуется наиболее рациональное использование такого сферопластика. Иными словами, при таких соотношениях объемная плотность материала имеет небольшое значение, тогда как эффективный модуль  $K$  практически не уступает сферопластику со сплошными включениями.

При сравнении ДКМ с полыми микросферами изотропной и анизотропной структур можно сделать вывод о том, что выигрыш в жесткости анизотропных сфер присутствует, хотя он относительно небольшой. Получается, что при одинаковой геометрии трансверсально-изотропные сферы из того же материала, но с другой структурой, придают композиту более высокий модуль объемного сжатия по сравнению с изотропным случаем. Разница в процентном соотношении незначительна, но при проектировании летательных средств необходим учет даже незначительных параметров.

Коллектив выражает благодарность авторам работы [11] за исчерпывающую информацию о физико-механических свойствах композитов и общие представления о структуре и свойствах конструкционных композиционных материалов.

Данная работа проделана в рамках НИР студентов [7] на базе ПНИПУ.

### **Библиографический список:**

1. Алехин В. В. Оптимизация слоистого сферического включения в матрице при трехосном растяжении на бесконечности / В. В. Алехин, Л. В. Баев //

- Прикладная механика и техническая физика. – 1998. – Т. 39. – № 1(227). – С. 145-153.;
2. Болонина А. М. Влияния типа полых сферических наполнителей на свойства полипропилена / А. М. Болонина, А. З. Файзуллин, Е. С. Капитонов [и др.] // Актуальные проблемы науки о полимерах-2018 : Сборник трудов Всероссийской научной конференции, посвященной 60-летию юбилею кафедры Технологии пластических масс, Казань, 19–20 ноября 2018 года / Ответственный редактор О. Ю. Емелина. – Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2018. – С. 114.;
3. Ванин Г. А. Микромеханика композиционных материалов — Киев: Наук. думка, 1985. — 304 с.;
4. Зайцев А. В. Эффективные модули объемного сжатия дисперсно-упрочненных композитов со сплошными и полыми анизотропными сферическими включениями / А. В. Зайцев, А. А. Фукалов // Вестник Пермского государственного технического университета. Механика. – 2010. – № 4. – С. 46-54.;
5. Каменских А. И. Расчет эффективных модулей упругости квазиизотропной среды со сплошными сферическими включениями / А. И. Каменских, Г. Б. Пигасов, А. И. Бычков // Master's Journal. – 2016. – № 2. – С. 104-108.;
6. Кукса А. В. Формирование и исследование полых сферических оболочек и полученных с их использованием в качестве наполнителя пористых отливок / А. В. Кукса // Известия Волгоградского государственного технического университета. – 2014. – № 23(150). – С. 120-124.;
7. Макарова Е. Ю. Методические указания по проведению научно-исследовательской работы для студентов бакалавриата по направлению 22.03.01 «Материаловедение и технологии материалов» / Макарова Е. Ю., Соколкин Ю. В., Чекалкин А. А. – Пермь: изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2017. – 40 с.;
8. Сяомин Ма Перестраиваемая конструкция многослойных полых микросфер SiO<sub>2</sub> с иерархически пористой структурой в качестве высокопроизводительных

анодов для литий-ионных аккумуляторов / Сяомин Ма, Ципэн Вэй, Хуэйцзюань Хань, Сяобин Ван // Журнал химической инженерии. – 2017. – Том 323. – С.252-259;

9. Файзуллин И. З. Полимерные композиционные материалы со сферическими наполнителями / И. З. Файзуллин, И. Н. Мусин, С. И. Вольфсон [и др.] // Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций : XII международная конференция : Сборник материалов, Екатеринбург, 21–25 мая 2018 года. – Екатеринбург: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения Уральского отделения Российской академии наук, 2018. – С. 411-412.;

10. Федонюк Н. Н. Напряженное состояние изотропной среды со сферическими включениями при всестороннем сжатии / Н. Н. Федонюк, Н. Н. Додонов // Труды Крыловского государственного научного центра. – 2020. – № 1(391). – С. 64-75. – DOI 10.24937/2542-2324-2020-1-391-64-75.;

11. Чекалкин А. А. Строительная механика, динамика и устойчивость композиционных конструкций: учеб. пособие / А.А. Чекалкин, Д.Д. Палкин. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2021. – 230 с.;

12. ЮнХэа Масштабируемый и управляемый синтез многослойных полых углеродных микросфер для высокопроизводительных суперконденсаторов / ЮнХэа, КайсюнСяна, ЯньфанВан // Углерод. – 2019. – Том 154. – С.330-341;

13. Якунин Г. Н. Теплоизоляционное покрытие: пат. 102021 Рос. Федерация / заявители, патентообладатели Якунин Г.Н., Прокопьев И.П., Бураков В.В., организация. - № 2010122173/03; заявл. 31.05.2010., опубл. 10.02.2011., Бюл. №4.

*Оригинальность 91%*