УДК 517.9

ПРИЛОЖЕНИЕ ТЕОРИИ СОВЕРШЕННЫХ ОПЕРАТОРОВ К АНАЛИЗУ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ

Данилов А.М.

д.т.н., профессор

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства

Пенза, Россия

Нашивочников В.В.

магистрант

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства

Пенза, Россия

Аннотация. Дается приложение метода совершенных операторов алгебраического операционного исчисления к анализу человеко-машинных систем. Определено влияние параметров задержки в канале управления транспортного самолета на фазовые координаты.

Ключевые слова: эргатическая система, управление, анализ, задержка, влияние

ANNEX OF THE THEORY OF PERFECT OPERATORS TO ANALYSIS OF MOTION CONTROL

Danilov A.M.

doctor of technical sciences, professor

Penza State University of Architecture and Construction

Penza, Russia

Nashivochnikov V.V.

master student

Penza State University of Architecture and Construction

Penza, Russia

Annotation. The application of the method of perfect operators of algebraic operational calculus to the analysis of man-machine systems is given. The influence of the delay parameters in the control channel of a transport aircraft on the phase coordinates is determined.

Keywords: ergatic system, control, analysis, delay, influence.

Разработка имитаторов динамики объекта управления связана с определением выходных координат при известных возмущениях, статистических характеристик помехи и параметров собственно системы (прямая задача). Две обратные задачи связаны с использованием реализации случайных процессов в системе, регистрируемых в режиме ее нормального функционирования. Первая из них связана с определением оператора (динамических характеристик) системы и известна как задача идентификации. Вторая обратная задача фактически – есть задача идентификации возмущений и помех. Естественно, полученные в результате идентификации динамические характеристики системы всегда будут отличаться от тех, которые появляются в режиме ее функционирования. К сожалению, многие практические вопросы идентификации многомерных систем с перекрестными связями до настоящего времени остаются неразрешенными.

Несмотря на обилие публикаций, актуальными остаются вопросы формирования управляющих воздействий оператора (идеомоторных реакций). Конечным эффектом зрительных, слуховых, тактильных и других ощущений являются движения тела оператора и его частей. В то же время осуществляемые движения сами являются источником и объектом так называемых двигательных или кинестетических ощущений. Выступают они в качестве сигналов обратной связи; играют существенную роль в построении двигательного акта, обеспечивая его корректировку и регулирование. Простая сенсомоторная реакция выражается в движении в ответ на заранее известный, но внезапно появляющийся сигнал с возможной для него максимальной скоростью. Латентный период реакции - время от момента появления сигнала до начала движения; время моторного компонента – длительность ответного движения. Наконец, время задержки складывается из латентного периода и времени моторного компонента. Поэтому велика актуальность изучения влияния параметров задержки на динамику эргатической системы.

Ниже приводятся результаты исследования влияния задержек в канале управления для случая горизонтального полета транспортного самолета при автоматизированном управлении. Уравнения короткопериодической составляющей имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} &\alpha'(t) = -0{,}0117\alpha(t) + \omega(t) + 0{,}000502u(t) \\ &\omega'(t) = 0{,}0076\alpha(t) - 0{,}589\omega(t) - 0{,}0332u(t) \\ &u(t) = \alpha(t-\tau_1) + \frac{\pi}{360}\omega(t-\tau_2) \\ &(t \ge 0) \end{aligned}\right\}.$$

Воспользуемся методом совершенных операторов [1]; обозначения - стандартные; [2, 3].

Введем:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}0117 & 1 \\ 0{,}0076 & -0{,}589 \end{bmatrix},$$

$$b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}000502 \\ -0{,}0332 \end{bmatrix}, \quad \overline{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \dfrac{\pi}{360} \end{bmatrix},$$

$$S_1(t) = 1, \quad S_2(t) = 0,$$

$$\sigma = a_{11} + a_{22} = -0{,}6007,$$

$$\Delta = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} = -0{,}0007087,$$

$$\Delta_1 = b_1a_{22} - b_2a_{12} = 0{,}032904322,$$

$$\Delta_2 = a_{11}b_2 - a_{21}b_1 = 0{,}0003846248;$$

$$\hat{A}=\begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -0{,}589 & -1 \\ -0{,}0076 & -0{,}0117 \end{bmatrix},$$

$$Q=\begin{bmatrix} b_1p_1 & b_1p_2 \\ b_2p_1 & b_2p_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0{,}000502 & 0{,}0000043 \\ -0{,}0332 & -0{,}0002897 \end{bmatrix}.$$

$$\hat{Q}=\begin{bmatrix} b_2p_2 & -b_1p_2 \\ -b_2p_1 & b_1p_1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -0{,}0002897 & -0{,}0000043 \\ 0{,}0332 & 0{,}000502 \end{bmatrix}.$$

Система без запаздывания ($\tau_1=\tau_2=0$).

Имеем:

$$\gamma=\frac{\sigma+b_1p_1+b_2p_2}{2}=-0{,}30024,$$

$$\lambda^2=\gamma^2-\Delta-p_1\Delta_1-p_2\Delta_2=0{,}0589475>0,\ \lambda=0{,}2406.$$

$$S_1(0)=[0,\ t\le 0;\quad 1, t>0],\quad S_2(0)=0,\quad \overline{S}_0=\begin{bmatrix} S_1(0) \\ S_2(0) \end{bmatrix}.$$

$$\gamma E-\left(\hat{A}+\hat{Q}\right)=\frac{a_{11}+a_{22}+b_1p_1+b_2p_2}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} a_{22}+b_2p_2 & -a_{12}-b_1p_2 \\ -a_{21}-b_2p_1 & a_{11}+b_1p_1 \end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix} \dfrac{a_{11}-a_{22}+b_1p_1-b_2p_2}{2} & a_{12}+b_1p_2, \quad t>0 \\ a_{21}+b_2p_1 & \dfrac{a_{22}-a_{11}+b_2p_2-b_1p_1}{2}, \quad t>0 \end{bmatrix}.$$

$$\left(\gamma E-\left(\hat{A}+\hat{Q}\right)\right)\overline{S}_0=\begin{bmatrix} 0,\ t\le 0; & \dfrac{a_{11}-a_{22}+b_1p_1-b_2p_2}{2}, t>0 \\ 0, t\le 0; & a_{21}+b_2p_1, \quad t>0 \end{bmatrix}.$$

$$\overline{x}=\begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix}=\left\{\begin{matrix} 0,\ t\le 0; \\ e^{\gamma t}ch(\lambda t)\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}+\dfrac{1}{\lambda}e^{\gamma t}sh(\lambda t)\begin{bmatrix} \dfrac{a_{11}-a_{22}+b_1p_1-b_2p_2}{2} \\ a_{21}+b_2p_1 \end{bmatrix}, t>0 \end{matrix}\right\}.$$

$$\frac{1}{2\lambda}\left(a_{11}-a_{22}+b_1p_1-b_2p_2\right)=1{,}202354,$$

$$\frac{1}{\lambda}\left(a_{21}+b_2 p_1\right)=-0{,}10631.$$

$$\bar{x}=\begin{bmatrix}\alpha\\ \omega\end{bmatrix}=\left\{\begin{array}{l}0,\ t\le 0;\\ e^{-0{,}30024t}ch\left(0{,}2406t\right)\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}+e^{-0{,}30024t}sh\left(0{,}2406t\right)\begin{bmatrix}1{,}202354\\-0{,}10631\end{bmatrix},t>0\end{array}\right\}. \qquad (1)$$

Система с запаздыванием.

При $\tau_1=\tau_2=\tau>0, \quad \tau=0{,}15$ имеем:

$$\gamma=\frac{\sigma}{2}=-0{,}3035\,,\lambda^2=\gamma^2-\Delta=0{,}090902>0\,,\lambda=0{,}3015;$$

$$S_1(0)=\left[0,t\le 0;\quad 1,t>0\right],\quad S_2(0)=0,\quad \bar{S}_0=\begin{bmatrix}S_1(0)\\S_2(0)\end{bmatrix};$$

$$S_1=\left[0,t<-0{,}15;\quad 1,\quad -0{,}15\le t\le 0;\quad 0,t>0\right],\quad S_2=0,\quad \bar{S}=\begin{bmatrix}S_1\\S_2\end{bmatrix};$$

$$T_{\tau_1}*S_1=\left[0,t<0;\quad 1{,}0,\quad 0\le t\le 0{,}15;\quad 0,t>0{,}15\right];$$

$$T_{\tau_2}*S_2=0;$$

$$\bar{\upsilon}=T_\tau*\begin{bmatrix}b_1p_1S_1-b_2p_2S_1(0)\\ b_2p_1S_1+b_2p_1S_1(0)\end{bmatrix},$$

$$\bar{\omega}=-T_\tau*p_1S_1\begin{bmatrix}\Delta_1\\ \Delta_2\end{bmatrix};$$

$$\gamma E-\hat{A}=\frac{a_{11}+a_{22}}{2}\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}a_{22}&-a_{12}\\a_{21}&a_{11}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{a_{11}-a_{22}}{2}&a_{12}\\a_{21}&\frac{a_{22}-a_{11}}{2}\end{bmatrix};$$

$$\bar{f}=\{0,t\le 0;$$

$$e^{\gamma t}ch(\lambda t)\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}+\frac{1}{\lambda}e^{\gamma t}sh(\lambda t)\begin{bmatrix}\frac{a_{11}-a_{22}}{2}\\a_{21}\end{bmatrix}+\int_0^t e^{\gamma\eta}\left(ch(\lambda\eta)+\frac{\gamma}{\lambda}sh(\lambda\eta)\right)d\eta\cdot p_1\begin{bmatrix}b_1\\b_2\end{bmatrix}-$$

$$-\frac{1}{\lambda}\int_0^t e^{\gamma\eta}sh(\lambda\eta)d\eta\cdot p_1\begin{bmatrix}\Delta_1\\\Delta_2\end{bmatrix},\quad 0<t\le\tau;$$

$$e^{\gamma t}ch(\lambda t)\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}+\frac{1}{\lambda}e^{\gamma t}sh(\lambda t)\begin{bmatrix}\frac{a_{11}-a_{22}}{2}\\a_{21}\end{bmatrix}+$$

$$+\begin{bmatrix}b_1p_1\int_{t-\tau}^t e^{\gamma\eta}\left(ch(\lambda\eta)+\frac{\gamma}{\lambda}sh(\lambda\eta)\right)d\eta\cdot b_2p_2\int_0^{t-\tau}e^{\gamma\eta}\left(ch(\lambda\eta)+\frac{\gamma}{\lambda}sh(\lambda\eta)\right)d\eta\\ b_2p_1\int_0^t e^{\gamma\eta}\left(ch(\lambda\eta)+\frac{\gamma}{\lambda}sh(\lambda\eta)\right)d\eta\end{bmatrix}-$$

$$-\frac{1}{\lambda}\int_{t-\tau}^t e^{\gamma\mu}sh(\lambda\eta)d\eta\cdot p_1\begin{bmatrix}\Delta_1\\\Delta_2\end{bmatrix},\quad t>\tau\};$$

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2}e^{\gamma\eta}\left(Ach(\lambda\eta)+Bsh(\lambda\eta)\right)d\eta=$$

$$=\frac{1}{\lambda^2-\gamma^2}e^{\gamma\eta}\left((\lambda B-\gamma A)ch(\lambda\eta)+(\lambda A-\gamma B)sh(\lambda\eta)\right)\Big|_{\eta_1}^{\eta_2},$$

$$\lambda^2-\gamma^2=-\Delta;$$

$$\bar f=\{0,t\le 0;$$

$$e^{\gamma t}ch(\lambda t)\begin{bmatrix}1+p_1\frac{\Delta_1}{\Delta}\\p_1\frac{\Delta_2}{\Delta}\end{bmatrix}+\frac{1}{\lambda}e^{\gamma t}sh(\lambda t)\begin{bmatrix}\frac{a_{11}-a_{22}}{2}+b_1p_1-\gamma p_1\frac{\Delta_1}{\Delta}\\a_{21}+b_2p_1-\gamma p_1\frac{\Delta_2}{\Delta}\end{bmatrix}-\frac{p_1}{\Delta}\begin{bmatrix}\Delta_1\\\Delta_2\end{bmatrix},\quad 0<t\le\tau;$$

$$e^{\gamma t}ch(\lambda t)\left[1+(b_1p_1+b_2p_2)sh(\lambda\tau)+p_1\frac{\Delta_1}{\Delta}\right]+$$

$$+\frac{1}{\lambda}e^{\gamma t}sh(\lambda t)\begin{bmatrix}\frac{a_{11}-a_{22}}{2}+b_1p_1-(b_1p_1+b_2p_2)ch(\lambda\tau)-\gamma p_1\frac{\Delta_1}{\Delta}\\a_{21}+b_2p_1-\gamma p_1\frac{\Delta_2}{\Delta}\end{bmatrix}-\frac{p_1}{\Delta}\begin{bmatrix}\Delta_1\\\Delta_2\end{bmatrix},$$

$$t>\tau\}.$$

$\tau = 0{,}15, \quad \lambda\tau = 0{,}045225, \quad ch(\lambda\tau) = 1{,}0010226, \quad sh(\lambda\tau) = 0{,}0454523735$;

$\bar{f} = \{0, \quad t \le 0;$

$$\bar{e}^{-0,30035t} ch(0{,}3015t)\begin{bmatrix} -0{,}45429518 \\ -0{,}54271878 \end{bmatrix} + e^{-0,30035t} sh(0{,}3015t)\begin{bmatrix} -45{,}29965 \\ -0{,}62552262 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 46{,}429518 \\ 0{,}54271878 \end{bmatrix},$$

$$0 < t \le 0{,}15;$$

$$e^{-0,30035t} ch(0{,}3015t)\begin{bmatrix} -47{,}429527 \\ -0{,}54271878 \end{bmatrix} + e^{-0,30035t} sh(0{,}3015t)\begin{bmatrix} -45{,}295688 \\ -0{,}62552262 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 46{,}429518 \\ 0{,}5427878 \end{bmatrix}$$

$$t > 0{,}15\};$$

$$f_1 = \left\{ 0, t \le 0;\ p_1 e^{\gamma t}\left(b_1 ch(\lambda t) + \frac{1}{\lambda}(\gamma b_1 - \Delta_1) sh(\lambda t)\right), t > 0 \right\} =$$

$$= \{0, t \le 0; \quad e^{-0,30035t}(0{,}000502 ch(0{,}3015t) - 0{,}1096325 sh(0{,}3015t)), t > 0\};$$

$$f_2 = \left\{ 0, t \le 0; \quad p_2 e^{\gamma t}\left(b_2 ch(\lambda t) + \frac{1}{\lambda}(\gamma b_2 - \Delta_2) sh(\lambda t)\right), t > 0 \right\} =$$

$$= \{0, t \le 0; \quad e^{-0,30035t}(-0{,}002897 ch(0{,}3015t) + 0{,}0340167 sh(0{,}3015t)), t > 0\};$$

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \end{bmatrix} = \bar{f} + \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{m=0}^{k}\binom{k}{m}\{0, t - 0{,}15k \le 0;\}$$

$$\int_0^{t-0,15k} f_1(t - 0{,}15k - \xi_m) d\xi_m \ldots$$

$$\ldots \int_0^{\xi_2} f_1(\xi_2 - \xi_1) d\xi_1 \quad \int_0^{\xi} f_2(\xi - \eta_{k-m}) d\eta_{k-m} \ldots$$

$$\ldots \int_0^{\eta_2} f_2(\eta_2 - \eta_1)\bar{f}(\eta_1) d\eta_1, \quad t - 0{,}15k > 0\}.$$

Справедливо

$$\begin{bmatrix} \alpha(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} = e^{-0,30035t}\left(ch(0{,}3015t)\begin{bmatrix} -45{,}429518 \\ -0{,}54271878 \end{bmatrix} + sh(0{,}3015t)\begin{bmatrix} -45{,}292955 \\ -0{,}62552262 \end{bmatrix}\right) + \begin{bmatrix} 46{,}429518 \\ 0{,}54271878 \end{bmatrix}$$

$0 \le t \le 0{,}5$.

Выводы.

Влияние параметров задержки на выходные координаты непосредственно определяются по последнему соотношению с учетом (1).

Полученные результаты использовались при разработке имитатора динамики полета транспортного самолета.

Библиографический список

1. Рябцев И. И. К общей теории совершенных операторов / Известия Вузов. Математика. – 1985. – № 3. – С. 76-81.
2. Данилов А.М., Лапшин Э.В., Гарькина И.А. Влияние временного запаздывания при имитационном моделировании динамических систем / Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. - 2007. - № 1. - С. 74-90.
3. Лапшин Э.В., Трусов В.А. Использование методов численного интегрирования в моделях летательных аппаратов / Труды международного симпозиума Надежность и качество. - 2016. - Т. 2. - С. 336-338.

Оригинальность 85%