

УДК 378.147+ 378.046.4

**КОМПЬЮТЕРНЫЕ ВИЗУАЛИЗАЦИИ КРИВЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА  
НА ПЛАТФОРМЕ NOMOTEX**

**Димитриенко Ю.И.**

*д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой*

*Московский государственный технический университет имени Н. Э.  
Баумана,*

*Москва, Россия*

**Губарева Е.А.**

*к.ф.-м.н., доцент, зам.зав.кафедрой*

*Московский государственный технический университет имени Н. Э.  
Баумана,*

*Москва, Россия*

**Сборщиков С.В.**

*Научный сотрудник*

*Московский государственный технический университет имени Н. Э.  
Баумана,*

*Москва, Россия*

**Зубарев К.М.**

*ассистент кафедры*

*Московский государственный технический университет имени Н. Э.  
Баумана,*

*Москва, Россия*

**Аннотация.** В данной работе рассматриваются компьютерные визуализации кривых второго порядка на примере парабол. В статье приводятся инженерные и математические примеры иллюстрирующие практическое применение кривых свойств кривых второго порядка. Все примере реализованы на базе платформы Nomotex и активно применяются в аудиторном обучении инженеров в Московском государственном техническом университете имени

Н.Э. Баумана. Инженерные примеры иллюстрируют практическую значимость того или иного понятия. В работе приведены математические и инженерные примеры по данной теме. В статье рассмотрена целесообразность использования инженерных примеров для той или иной специальности.

**Ключевые слова:** информационно образовательная среда, математический пример, кривые второго порядка, эллипс, гипербола, оптическое свойство.

## ***SECOND-ORDER COMPUTER VISUALIZATIONS ON THE NOMOTEX PLATFORM***

***Dimitrienko Yu. I.***

*doctor of physical and mathematical Sciences, Professor, head of the department*

*Bauman Moscow state technical University,*

*Moscow, Russia*

***Gubareva E. A.***

*candidate of physical and mathematical Sciences, associate Professor, Deputy head*

*of the department*

*Bauman Moscow state technical University,*

*Moscow, Russia*

***Sborschikov S. V.***

*Scientific member*

*Bauman Moscow state technical University,*

*Moscow, Russia*

***Zubarev K.M.***

*Assistant*

*Bauman Moscow state technical University,*

*Moscow, Russia*

**Abstract.** In this paper, computer visualizations of second-order curves are considered using parabolas as an example. The article provides engineering and mathematical examples illustrating the practical application of the curves of the properties of second-order curves. All examples are implemented on the basis of the Nomotex platform and are actively used in the classroom training of engineers at Bauman Moscow State technical University. Engineering examples illustrate the practical significance of a concept. The paper gives mathematical and engineering examples on this topic. The article considers the feasibility of using engineering examples for a particular specialty.

**Key Words:** educational information environment, mathematical example, second-order curves, ellipse, hyperbole, optical property.

### **Введение.**

Компьютерные визуализации, которые рассматриваются в данной статье, реализованы на базе информационно образовательной среды Nomotex [1-14], созданной в Московском государственном техническом университете имени Н.Э. Баумана на кафедре «Вычислительная математика и математическая физика». Информационно образовательная среда Nomotex создана для аудиторного обучения инженеров и по сути является базой знаний по всем математическим дисциплинам. Математические понятия, изучаемые студентами, дополняются уникальной визуализацией. Вся база знаний доступна студентам онлайн [1]. Nomotex также используется при проведении контрольных мероприятий: для проверки знаний теории используются тесты, для проверки практических навыков (решение задач) используются задачи с вводом ответа [3,4].

Кривые второго порядка – это раздел, который изучается в курсе «Аналитическая геометрия» на первом курсе. В данном разделе рассматриваются кривые, задаваемые следующим уравнением:

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2b_1x + 2b_2y + c = 0,$$

$$a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{22}^2 \neq 0$$

### Визуализации кривых второго порядка.

В главе кривые второго порядка студентами изучаются кривые эллиптического, гиперболического и параболического типа, в конце изучения главы студент сдают контрольную работу, которая предусматривает решение задач на приведение кривых к каноническому виду и их построению, для лучше понимания материала были созданы математические примеры.

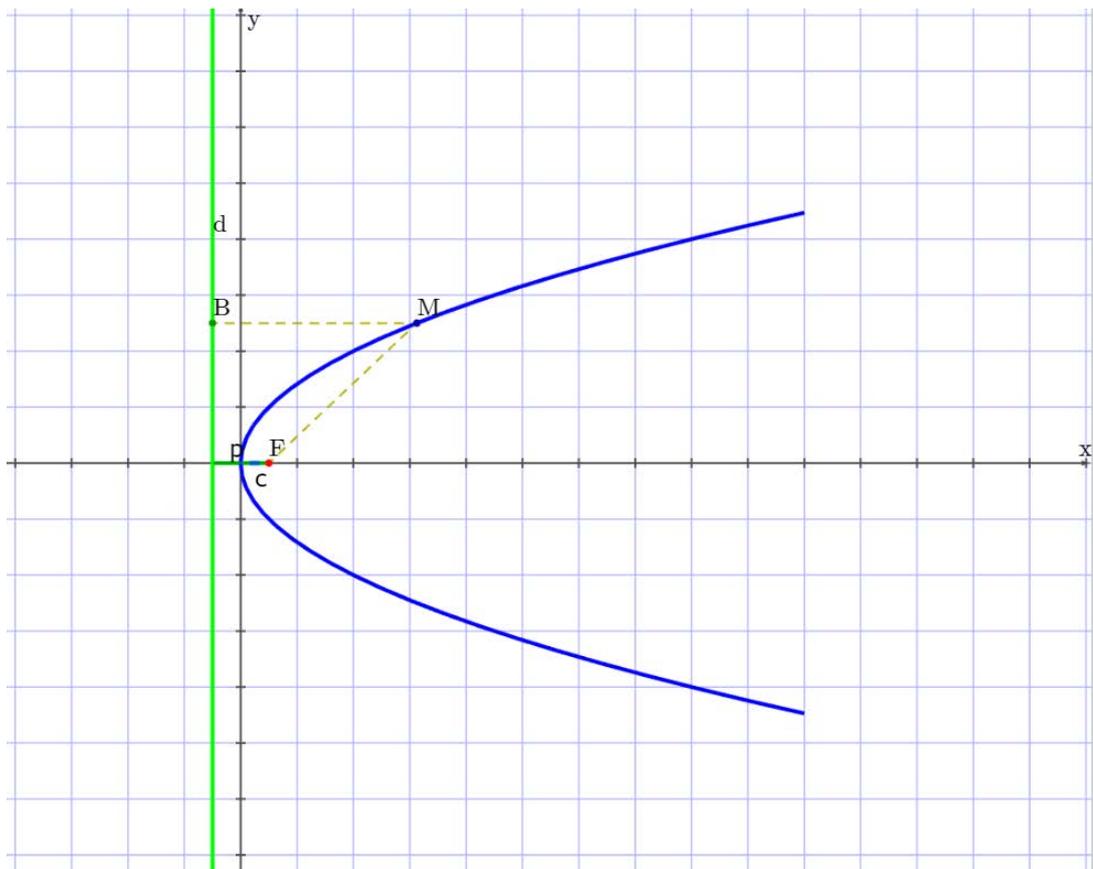


Рис. 1. Визуализация параболы и его числовых характеристик.

На рисунке 1 представлена двумерная визуализация параболы. Каждая компьютерная визуализация не статична, у студентов и преподавателей есть возможность изменять различные параметры параболы, например, в случае параболы, есть возможность изменять параметр  $p$ , при этом автоматически будет перестраиваться и сама парабола. Также можно, наоборот, изменять положение фокусов или директрис, при этом изменится и сама парабола [5].

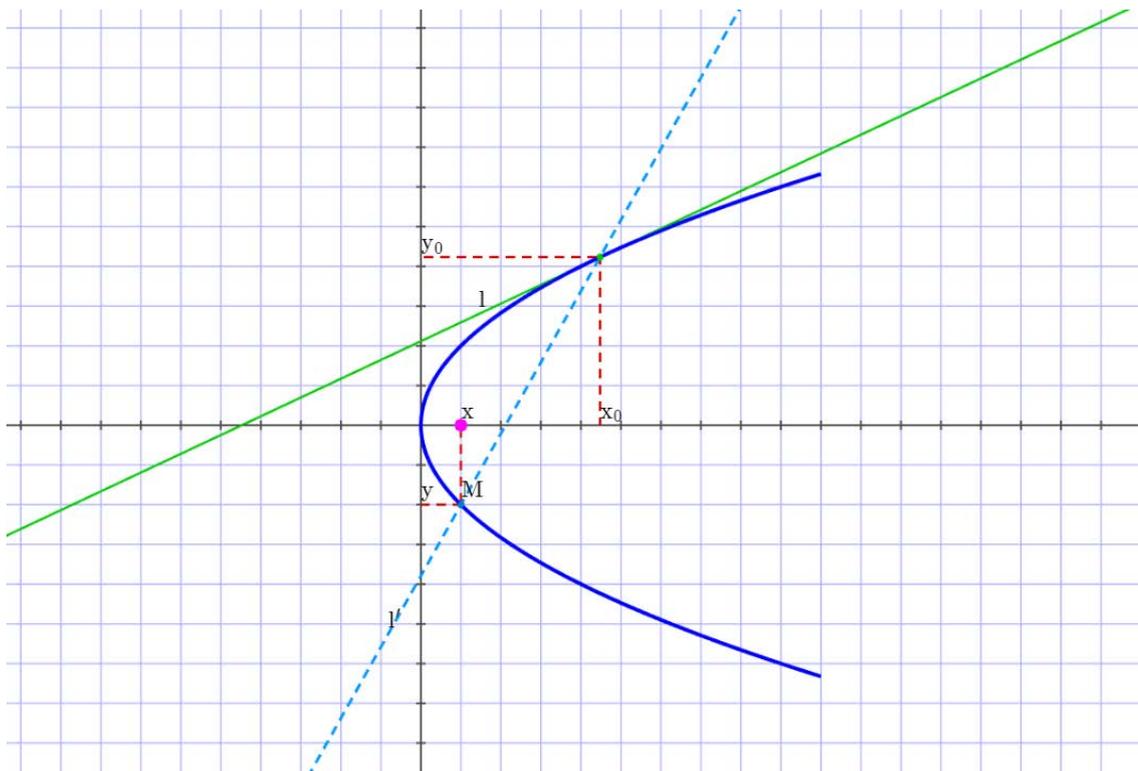


Рис. 2. Визуализация касательной к параболе

На рисунке 2 представлен математический пример касательной к параболе, данная картинка также не статична, у пользователя есть возможность изменять размеры эллипса, а также смотреть как будет проходить касательной в любой точке эллипса [6].

Компьютерные визуализации созданы для каждого математического понятия в теме кривые второго порядка. С помощью математических примеров в ИОС «Nomotex» преподаватель существенно экономит время на

лекции, что позволяет вместить в курс больше теоретического и практического материала.

### **Инженерные примеры по теме кривые второго порядка.**

Особый интерес представляют инженерные примеры, которые помогают понять, где на практике применяется понятие кривых второго порядка, и для чего нужны их свойства [7].

Одним из важнейших свойств эллипса является его оптическое свойство: фокальные радиусы произвольной точки  $M_0$  эллипса образуют равные углы с касательной к эллипсу в этой точке.

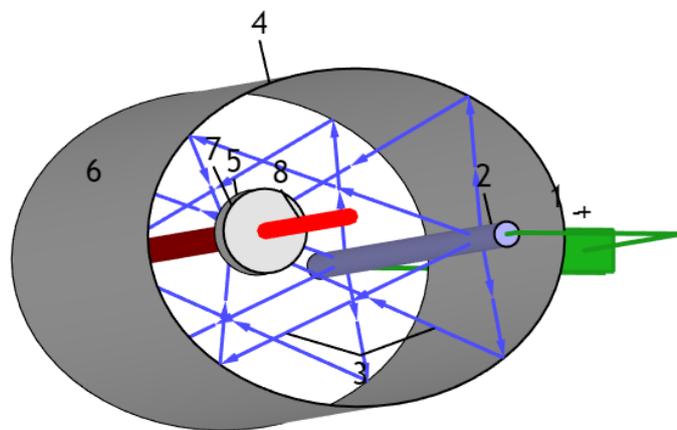


Рис. 3. Эллиптический отражатель в твердотельном лазере

В качестве инженерного примера к данному свойству была создана трехмерная визуализация эллиптического отражателя в твердотельных лазерах рисунок 5. Импульсная лампа цилиндрической формы располагается в одном из фокусов  $F_1$  отражателя, который в сечении имеет форму эллипса [8,9]. Согласно оптическому свойству эллипса отражённые лучи собираются во втором фокусе  $F_2$ . Поскольку сумма фокусных радиусов,  $r_1 + r_2$  представляющих собой длины прямого и отражённого луча, в эллипсе будет

одинакова для всех лучей, расходящихся в разных направлениях от импульсной лампы, то все эти лучи будут собираться в один и тот же момент времени. Во втором фокусе  $F_2$  располагается активный элемент 5, например из рубина [10,11]. Сфокусированные лучи света генерируют в активном элементе лазерное (монохроматическое, однонаправленное) излучение, которое многократно отражается и усиливается от оптического резонатора, состоящего из непрозрачного (6) и полупрозрачного зеркала (7). Многократно усилившись в оптическом резонаторе, излучение через полупрозрачное зеркало выпускается наружу - образуется тонкий лазерный луч (8) с очень малым углом расходимости, когерентный (колебание в одной фазе), монохроматический (колебание на одной частоте).

У пользователя есть возможность убрать или добавить любой из элементов лазера, и даже включить сам лазер.

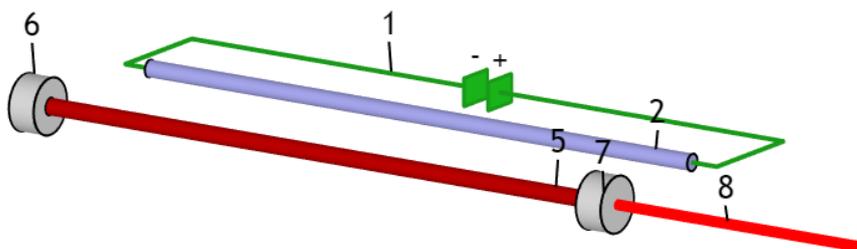


Рис. 4. Устройство твердотельного лазера.

На рисунке 4 представлено устройство лазера без эллиптического отражателя.

Созданные инженерные примеры будут особенно интересны студентам специальностей связанной с радиоэлектроникой и лазерной техникой. Уже на первом курсе у студентов данных специальностей есть возможность уже на

первом курсе познакомится с практическим приложением математических дисциплин.

### **Выводы.**

В работе были описаны визуализации математических понятий по теме кривые второго порядка, также были представлены инженерные примеры, демонстрирующие применение оптических свойств гиперболы и эллипса. Особый интерес представляют инженерные примеры, которые позволяют понять практическую важность изучаемых математических понятий. Дальнейшей целью авторов является создание инженерных примеров, которые показали бы практическую важность для каждой из специальностей.

### **Библиографический список**

1. Анисова Т.Л., Корешкова Т.А. Организация аудиторной контролируемой самостоятельной работы студентов по математическому анализу в техническом вузе/ Т.Л. Анисова, Т.А. Корешкова // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – № 3. [Электронный ресурс]. – Режим доступа – URL: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=19134> (дата обращения: 15.10.2019).

2. Димитриенко Ю.И., Губарева Е.А. Новая научно-методическая модель математической подготовки инженеров/ Ю.И. Димитриенко, Е.А. Губарева // Международный журнал экспериментального образования. – 2017. – № 11. – С. 5-10.

3. Димитриенко Ю.И., Губарева Е.А., Сборщиков С.В. Визуализация тензорных полей на основе геометрического представления тензоров/ Ю.И. Димитриенко, Е.А. Губарева, С.В. Сборщиков // Научная визуализация. – 2018. – 10. – № 2. – С. 95 – 111.

4. Всероссийский семинар «Новые цифровые технологии для математической подготовки инженерных кадров» [Электронный ресурс]. – Режим доступа – URL: <http://www.bmstu.ru/mstu/news/news.html?newsid=4556> (дата обращения: 15.10.2019).

5. Анисова Т.Л. Принципы методики обучения математике, направленной на повышение математической компетентности бакалавров/ Т.Л. Анисова // Современные проблемы науки и образования. – 2018. –№ 1. [Электронный ресурс]. – Режим доступа – URL: <http://www.scienceeducation.ru/ru/article/view?id=27326> (дата обращения: 15.10.2019).

6. Китова Е.Т., Скибицкий Э.Г. Информационно-образовательная среда вуза – инструментарий повышения уровня подготовки студентов/ Е.Т. Китова, Э.Г. Скибицкий // Инновации в образовании. – 2016. –№ 10. –С. 116–125.

7. Димитриенко Ю.И., Губарева Е.А., Облакова Т.В., Прозоровский А.А. Применение цифровой образовательной среды NOMOTEX для обучения инженеров по курсу «Аналитическая геометрия» / Ю.И. Димитриенко, Е.А. Губарева, Т.В. Облакова, А.А. Прозоровский //Дневник науки. –2018. – №10 [Электронный ресурс]. – Режим доступа – URL: [http://www.dnevniknauki.ru/images/publications/2018/10/pedagogics/Dimitrienko\\_Gubareva\\_Oblakova\\_Prozorovsky.pdf](http://www.dnevniknauki.ru/images/publications/2018/10/pedagogics/Dimitrienko_Gubareva_Oblakova_Prozorovsky.pdf) (дата обращения: 07.11.2019).

8. Димитриенко Ю.И., Губарева Е.А., Гордин М.П. Новая методика преподавания курса «Математический анализ» в цифровой среде «NOMOTEX» для инженеров / Ю.И. Димитриенко, Е.А. Губарева, М.П. Гордин // Инновационное развитие. – 2018. –№8 – С.8-11.

9. Анисова Т.Л., Облакова Т.В. Оценка уровней достижения математических компетенций бакалавров-инженеров / Т.Л. Анисова, Т.В.

Облакова // Математический вестник педвузов и университетов ВолгоВятского региона. – 2016. –18. –С.136-142.

10. Информационно-образовательный проект «Открытый Политех». [Электронный ресурс]. – Режим доступа – URL: <http://open.spbstu.ru/> (дата обращения: 07.11.2019).

11. Национальная платформа открытого образования. [Электронный ресурс]. – Режим доступа – URL: <https://openedu.ru/> (дата обращения: 07.11.2019).

12. Димитриенко Ю.И., Губарева Е.А., Зубарев К.М., Кудрявцева С.С. Методическое обеспечение курса повышения квалификации преподавателей по разработке онлайн курсов в МГТУ им. Н.Э. Баумана // Дневник науки. - 2018. - № 11.

*Оригинальность 86%*