

УДК.629.7.015.4

***РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
ОСЕСИММЕТРИЧНО НАГРУЖЕННЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ ПРИ
ПОЛЗУЧЕСТИ***

Бутина Т.А.

кандидат физико-математических наук, доцент

Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э.Баумана

(национальный исследовательский университет)

Москва, Россия

Дубровин В.М.

кандидат технических наук, доцент

Московский Государственный Технический Университет им. Н.Э.Баумана

(национальный исследовательский университет)

Москва, Россия

Аннотация

Одним из основных свойств конструкционных материалов является ползучесть. Наличие ползучести приводит к возрастанию деформаций в процессе эксплуатации конструкции. Проявление ползучести невелико при малых уровнях напряжений и температур, поэтому, как правило, не учитывается, ее влияние становится заметным при возрастании уровня напряжений и температур. Задача определения напряженно-деформированного состояния при влиянии ползучести, в частности, рассматривалась для осесимметрично нагруженной изотропной однослойной оболочки вращения, нагретой неравномерно по толщине и образующей и нагруженной осесимметричными усилиями. Нагрузки могут меняться со временем. Значительный нагрев и уровень напряженного состояния приводит со временем, наряду с упруго-

пластическими деформациями, к возникновению деформации ползучести. При определении напряженно-деформированного состояния в условиях ползучести использовались подходы на основе деформационной теории ползучести. Получена система разрешающих уравнений, представленных в виде, удобном для решения методом конечных разностей.

Ключевые слова

напряженно-деформированное состояние, осесимметричное нагружение, ползучесть оболочки вращения, усталость материала, деформации. напряжения

***CALCULATION OF STRESS-STRAIN STATE OF AXISYMMETRICALLY
LOADED SHELLS OF ROTATION AT CREEP******Butina T.A.***

*Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor
Bauman Moscow State Technical University
Moscow, Russia*

Dubrovin V.M.

*Candidate of Technical Sciences, associate professor
Bauman Moscow State Technical University
Moscow, Russia*

Annotation

One of the main properties of structural materials is creep. The presence of creep leads to an increase in deformation during operation of the structure. Creep manifestation is small at low levels of stresses and temperatures, therefore, as a rule, it is not taken into account, its influence becomes noticeable when the level of stresses and temperatures increases. The problem of determining the stress-strain state under the influence of creep, in particular, was considered for an

Дневник науки | www.dnevniknauki.ru | СМН Эл № ФС 77-68405 ISSN 2541-8327

axisymmetrically loaded isotropic single-layer shell of rotation, heated unevenly in thickness and forming and loaded with axisymmetric forces. Loads can change over time. Significant heating and the level of stress state leads over time, along with elastic-plastic deformations, to creep deformation. In determining the stress-strain state under creep conditions, approaches based on the deformation theory of creep were used. A system of solving equations presented in the form convenient for solving by the finite difference method is obtained.

Keywords: stress-strain state, axisymmetric loading, creep shell rotation, material fatigue, deformation. voltages

Введение

Ползучесть, наряду с упругостью и пластичностью, является одним из основных свойств конструкционных материалов и заключается в увеличении деформации в процессе эксплуатации конструкции под действием даже постоянных нагрузок [9,4]. Ползучесть проявляется и при небольших уровнях напряжений и нормальных температурах, но она, как правило, мала в течении всего времени эксплуатации конструкций и отбрасывается при расчетах. При повышении температуры и уровня напряжений в конструкциях ползучесть становится заметной, а иногда и решающей характеристикой в расчетах [7,3]. В работе рассматривается задача определения напряженно-деформированного состояния осесимметрично нагруженных оболочек вращения при ползучести. Система разрешающих уравнений представлена в виде, удобном для решении методом конечных разностей.

Методика

расчета

Рассматривается изотропная однослойная оболочка, образованная вращением некоторой кривой вокруг оси x . (Рис.1). Положение точки на поверхности оболочки определяется ортогональными криволинейными

Дневник науки | www.dnevniknauki.ru | СМИ Эл № ФС 77-68405 ISSN 2541-8327

координатами α и β , отсчитываемыми соответственно в меридиональном и окружном направлениях. Координатные линии α и β являются линиями главных кривизн K_α и K_β недеформированной поверхности. Геометрия оболочки задается коэффициентами Ляме A и B , радиусами кривизны $R_\alpha = \frac{1}{K_\alpha}$ и $R_\beta = \frac{1}{K_\beta}$, толщиной $h(\alpha)$, начальным α_0 и конечным α_K значениями координаты α .

Оболочка может быть нагрета осесимметрично (неравномерно по толщине и образующей) и нагружена осесимметричными усилиями. Кроме того, температурное поле и внешние нагрузки могут меняться со временем. Если температурный нагрев и уровень напряженного состояния значительны, то в оболочке наряду с упруго-пластическими деформациями со временем возникают деформации ползучести.

Свойства материала характеризуются, например, набором $N = K * M$ диаграмм $\varepsilon_{(i,j)}(\sigma_{(i)}, T_{(j)}, t)$ ($i = 1, 2 \dots K, j = 1, 2, \dots M$) зависимости полной деформации ε от времени t при постоянных значениях напряжения σ и температуры T . При этом напряжение и температура должны меняться с достаточно малыми шагами $\Delta\sigma = \sigma_{i+1} - \sigma_i, \Delta T = T_{j+1} - T_j$ и в широких пределах из-за сильной нелинейности зависимости $\varepsilon(\sigma, T, t)$. При выборе конкретного метода решения и "теории ползучести" указанные диаграммы перестраиваются в изохронные кривые, кривые "мгновенного" деформирования, диаграммы для скоростей ползучести и др.

Следует также задавать коэффициент температурного расширения α_T и коэффициент Пуассона γ_p .

При определении напряженно-деформированного состояния оболочки вращения в условиях ползучести использовались два различных подхода на основе деформационной теории ползучести.

В первом подходе полная деформация представляется в виде суммы упруго-пластической деформации, температурного расширения и деформации ползучести. Упруго-пластические деформации и соответствующие им напряжения определялись по кривым мгновенного деформирования методом переменных параметров упругости. По найденному напряженно-деформированному состоянию отдельно определялись деформации ползучести, использовались соотношения различных теорий ползучести. Деформации ползучести считались " пассивными" в том смысле, что собственно их изменение не влияет непосредственно на напряженное состояние оболочки, но приводит к изменению формы оболочки, из-за чего даже при постоянных внешних воздействиях может происходить перераспределение напряжений и упруго-пластических деформаций.

При втором подходе общие кривые ползучести перестраиваются в изохронные кривые и по ним методом переменных параметров сразу определяется сумма упруго-пластических деформаций и деформаций ползучести в искомый момент времени.

Ниже приводится вывод разрешающих уравнений для первого подхода, поясняется отличие в постановке и применении второго метода.

Рассмотрим связь усилий с деформациями с учетом разгрузки. По гипотезе Кирхгофа-Лява о неизменяемости нормали к срединной поверхности, деформации в слое, расположенном на расстоянии z от срединной поверхности, представляется в виде:

$$e_{\alpha} = \varepsilon_{\alpha} - zx_{\alpha}, (\alpha \leftrightarrow \beta), e_{\alpha\beta} = 0 \quad (1)$$

Здесь $\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta, \chi_\alpha, \chi_\beta$ - полные деформации и измерения кривизн в срединной поверхности оболочки, которые для осесимметричного случая нагружения согласно Х.М. Муштари [11] записываются следующим образом:

$$\varepsilon_\alpha = u' - \frac{w}{R_\alpha} + \frac{1}{2}\varphi^2, \quad \varepsilon_\beta = \vartheta u - \frac{w}{R_\beta}$$

$$\chi_\alpha = \varphi', \quad \chi_\beta = \vartheta\varphi, \quad \varphi = w'$$

$$(\dots)' = \frac{1}{A} \frac{d(\dots)}{d\alpha}, \quad \vartheta = \frac{B'}{B} \quad (2)$$

где u, w - перемещения точек срединной поверхности, положительные направления которых указаны на рис.1, B - функция времени

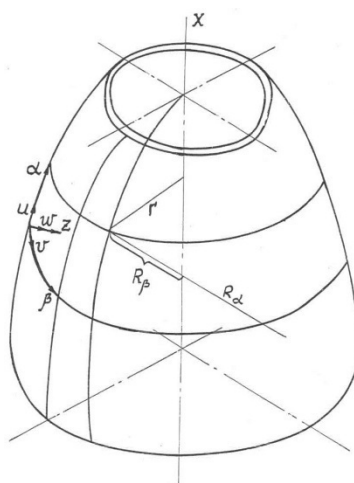


Рис. 1. Перемещения точек срединной поверхности

Полные деформации в любом слое оболочки можно представить в виде:

$$e_\alpha = e_\alpha^{ep} + e_\alpha^c + e_\alpha^T \quad (\alpha \leftrightarrow \beta) \quad (3)$$

где e_α^{ep} - упруго-пластическая часть полной деформации,

e_α^c - деформация ползучести,

e_α^T - деформация нагрева.

Согласно деформационной теории термопластичности соотношение (3) можно представить в виде:

$$e_{\alpha} = \frac{1}{E_c^0} (\sigma_{\alpha} - \gamma \sigma_{\beta}) + \alpha_T \Delta T + e_{\alpha}^c \quad (\alpha \leftrightarrow \beta) \quad (4)$$

Здесь $E_c^0 = \sigma_x / \varepsilon_x$ - секущий модуль при одноосном растяжении, $\gamma = \frac{1}{2} [1 + (2\gamma_P - 1) \frac{E_c^0}{E}]$ - коэффициент поперечного сжатия материала, в упругой области равный коэффициенту Пуассона, E - модуль Юнга

При определении напряженно-деформированного состояния секущий модуль E_c^0 находится из диаграммы мгновенного деформирования. Учет разгрузки осуществляется следующим образом. Пусть в некоторый момент времени t в некоторой точке разбиения оболочки по толщине и по длине температура была T_1 , а мгновенный предел текучести определялся точкой A . (Рис.2).

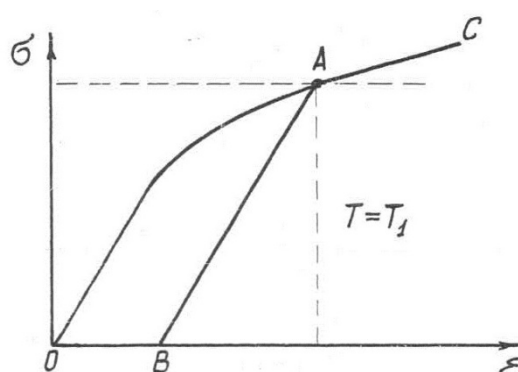


Рис. 2. Диаграмма мгновенного деформирования

В момент времени $t + \Delta t$ при нахождении равновесного напряженно-деформированного состояния в той же точке оболочки будет рассматриваться уже не кривая OAC , а ломаная BAC . Если $\sigma(t + \Delta t) < \sigma_A(t)$, то точка $(\sigma - \varepsilon)$ будет на прямой разгрузки, если $\sigma(t + \Delta t) \geq \sigma_A(t)$ - то на кривой AC . При

изменении температуры в этой точке оболочки за время Δt от T к T' (см. ломаную $B'A'C'$). (Рис.3.)

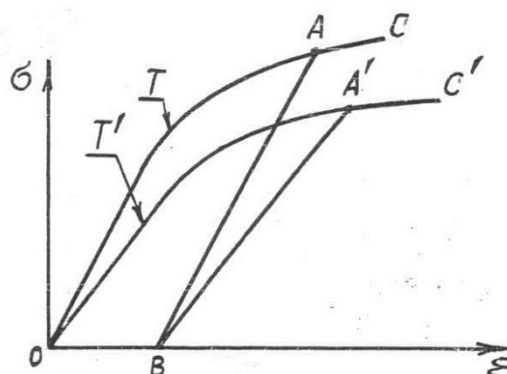


Рис. 3. Диаграмма мгновенного деформирования

Таким образом, при деформировании оболочки со временем активное напряженно-деформированное состояние определяется с учетом истории нагружения в смысле учета накопленной деформации ползучести и накопленной пластической деформации, но не зависит от пути нагружения. При одноосном напряженно-деформированном состоянии имеют место соотношения

$$e_u = \frac{2}{3}(1 + \gamma)e_x, \sigma_u = \sigma_x,$$

а при двухосном

$$e_u = \frac{2}{3(1 - \gamma)} \sqrt{(1 - \gamma + \gamma^2)[(e_\alpha - e_\alpha^c)^2 + (e_\beta - e_\beta^c)^2]} - (1 - 4\gamma + \gamma^2) \\ * (e_\alpha - e_\alpha^c)(e_\beta - e_\beta^c) + (1 + \gamma)^2(\alpha\Delta T - (e_\alpha - e_\alpha^c) - (e_\beta - e_\beta^c))\alpha_T\Delta T$$

$$\sigma_u = \sqrt{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 - \sigma_\alpha\sigma_\beta}, E_c^0 = \frac{2(1+\gamma)}{3} \frac{\sigma_u}{e_u} \quad (5)$$

Разрешая уравнения относительно напряжений, можно получить связь напряжений и деформаций в оболочке в некоторый момент времени:

$$\sigma_{\alpha} = \frac{E_c^0}{(1-\gamma^2)} [e_{\alpha} - e_{\alpha}^c + \gamma(e_{\beta} - e_{\beta}^c) - (1 + \gamma)\alpha_T \Delta T] \quad (\alpha \leftrightarrow \beta) \quad (6)$$

Систему напряжений, распределенных по грани некоторого элемента оболочки, заменим равнодействующими усилиями T_{α}, T_{β} и моментами M_{α}, M_{β} , приложенными к срединной поверхности. Используя соотношения (1), (6), получим

$$T_{\alpha} = A_1 \varepsilon_{\alpha} + A_2 \varepsilon_{\beta} - A_3 x_{\alpha} - A_4 x_{\beta} - B_1 - C_1 - C_2,$$

$$T_{\beta} = A_1 \varepsilon_{\beta} - A_3 x_{\beta} - A_4 x_{\alpha} - B_1 - C_3 - C_4$$

$$M_{\alpha} = A_3 \varepsilon_{\alpha} + A_4 \varepsilon_{\beta} - A_5 x_{\alpha} - A_6 x_{\beta} - B_2 - C_5 - C_6$$

$$M_{\beta} = A_3 \varepsilon_{\beta} + A_4 \varepsilon_{\alpha} - A_5 x_{\beta} - A_6 x_{\alpha} - B_2 - C_7 - C_8, \quad (7)$$

где коэффициенты имеют вид:

$$A_1 = \int E_c dz, \quad A_2 = \int \gamma E_c dz, \quad A_3 = \int E_c z dz,$$

$$A_4 = \int \gamma E_c z dz, \quad A_5 = \int E_c z^2 dz, \quad A_6 = \int \gamma E_c z^2 dz,$$

$$B_1 = \int E_c (1 + \gamma) \alpha \Delta T dz, \quad B_2 = \int E_c (1 + \gamma) \alpha \Delta T z dz,$$

$$C_1 = \int E_c e_{\alpha}^c dz, \quad C_2 = \int \gamma E_c e_{\beta}^c dz, \quad C_3 = \int E_c e_{\beta}^c dz,$$

$$C_4 = \int \gamma E_c e_{\alpha}^c dz, \quad C_5 = \int E_c e_{\alpha}^c z dz, \quad C_6 = \int \gamma E_c e_{\beta}^c z dz,$$

$$C_7 = \int E_c e_{\beta}^c z dz, \quad C_8 = \int \gamma E_c e_{\alpha}^c z dz, \quad E_c = \frac{E_c^0}{1-\gamma^2} \quad (8)$$

все интегралы берутся от $-h/2$ до $+h/2$, где h - толщина оболочки.

Ниже приводится разрешающая система уравнений, приведение ее к каноническому виду.

Разрешающая система уравнений имеет вид:

$$T'_\alpha + \frac{\theta}{A}(T_\alpha - T_\beta) = 0$$

$$N'_\alpha + \frac{\theta}{A}N_\alpha + \frac{T_\alpha}{R_\alpha} + \frac{T_\beta}{R_\beta} + q = 0 \quad (9)$$

$$M'_\alpha + \frac{\theta}{A}(M_\alpha - M_\beta) + T_\alpha\varphi - N_\alpha = 0, N_\alpha = Q_\alpha + T_\alpha\varphi,$$

где q - поперечная осесимметричная нагрузка, T_α - растягивающая сила, Q_α - перерезывающая сила

Для того, чтобы определить напряженно-деформированное состояние оболочки, к (9) необходимо присоединить уравнения (1) и (2) для получения замкнутой системы шести уравнений с шестью неизвестными $u, w, \varphi, T_\alpha, N_\alpha, M_\alpha$. Из (1), (2), (7) путем несложных преобразований получим:

$$\frac{du}{d\alpha} = a_1\theta u + A\left(\frac{1}{R_\alpha} - \frac{a_1}{R_\beta}\right)w + a_2\theta\varphi + A(a_0T_\alpha + a_3M_\alpha) + A\left(a_4 - \frac{\varphi^2}{2} + C_1^*\right)$$

$$\frac{dw}{d\alpha} = A\varphi,$$

$$\frac{d\varphi}{d\alpha} = a_6\theta u + A\frac{a_6}{R_\beta}w + a_7\theta\varphi - A(a_3T_\alpha + a_5M_\alpha) + A(a_8 + C_2^*),$$

$$\frac{dT_\alpha}{d\alpha} = \theta \left[\frac{a_9}{R_\beta}\theta u - \frac{a_9}{R_\beta}w + \frac{a_{11}\theta}{A}\varphi + \theta(a_{10} - 1)T_\alpha + a_{12}M_\alpha + a_{13} + C_3^* \right],$$

$$\frac{dN_\alpha}{d\alpha} = -\frac{a_9\theta}{R_\beta}u + \frac{Aa_9}{R_\beta^2}w - \frac{a_{11}\theta}{R_\beta}\varphi - A\left(\frac{1}{R_\alpha} + \frac{a_{10}}{R_\beta}\right)T_\alpha - \theta N_\alpha - \frac{Aa_{12}}{R_\beta}M_\alpha - A\left(q + \frac{a_{13} + C_3^*}{R_\beta}\right),$$

$$\frac{dM_\alpha}{d\alpha} = \theta\left(\frac{a_{14}}{A}u - \frac{a_{14}}{R_\beta}w + \frac{a_{16}\theta}{A}\varphi + a_{15}T_\alpha\right) + AN_\alpha + \theta(a_{18} + C_4^*) \quad (10)$$

где

$$\Delta = A_3^2 - A_1A_5, a_0 = -\frac{A_5}{\Delta}, a_1 = \frac{A_2A_5 - A_3A_4}{\Delta},$$

$$a_2 = \frac{A_3A_6 - A_4A_7}{\Delta}, a_3 = \frac{A_3}{\Delta}, a_4 = \frac{A_3B_2 - A_5B_1}{\Delta},$$

$$a_5 = \frac{A_1}{\Delta}, a_6 = \frac{A_3A_2 - A_1A_4}{\Delta}, a_7 = \frac{A_1A_6 - A_3A_4}{\Delta},$$

$$a_8 = \frac{A_1B_2 - A_3B_1}{\Delta}, a_9 = A_1 + A_2a_1 - A_4a_6, a_{10} = -a_1,$$

$$a_{11} = A_2a_2 - A_4a_7 - A_3, a_{12} = a_6, a_{13} = A_2a_4 - A_4a_8 - B_1,$$

$$a_{14} = A_3 + A_4a_1 - A_6a_6, a_{15} = a_2, a_{16} = A_4a_2 - A_6a_7 - A_5,$$

$$a_{17} = -a_7, a_{18} = A_4a_4 - A_6a_8 - B_2,$$

$$C_1^* = a_3(C_5 + C_6) + a_0(C_1 + C_2), C_2^* = a_5(C_5 + C_6) - a_3(C_1 - C_2),$$

$$C_3^* = A_2C_1^* - A_4C_2^* - C_3 - C_4, C_4^* = A_4C_1^* - A_6C_2^* - C_7 - C_8. \quad (11)$$

Если ввести обозначения

$$y_1 = u, y_2 = w, y_3 = \varphi, y_4 = T_\alpha, y_5 = N_\alpha, y_6 = M_\alpha, \quad (12)$$

то система уравнений (10) для осесимметрично нагруженной оболочки вращения можно будет записать в общем виде:

$$\frac{dy_i}{d\alpha} = A_{ij}y_j + B_i, i, j = 1, 2, \dots 6. \quad (13)$$

здесь A_{ij} - матрица коэффициентов однородной части, B_j - столбец неоднородных составляющих и нелинейных членов.

Значения A_{ij} и B_j легко определяются из (10). Для того, чтобы система (13) стала замкнутой, к ней необходимо присоединить шесть граничных условий: по три на каждом торце оболочки.

$$(y_i - y_i^*)y_{i+3j} + (y_{i+3} - y_{i+3}^*)(1 - j_{i+3j}) = 0 \quad (14)$$

$j = 1, 2; i = 1, 2, 3$; причем $j = 0$ на левом краю $j = 1$ на правом.

Если нужно задать на краю оболочки кинематические граничные условия, то следует положить $j = 1$, если статические, то $j = 0$. Направление внешних усилий T_α^* , Q_α^* и внешнего момента M_α^* совпадают с направлениями внутренних силовых факторов, указанных на рис.4.

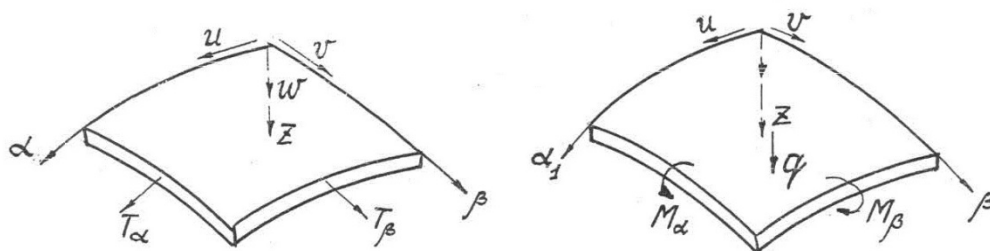


Рис. 4. Кинематические граничные условия

После того, как искомые неизвестные $u, w, \varphi, T_\alpha, N_\alpha, M_\alpha$, будут найдены из решения краевой задачи (13), (14), через них можно определить деформации $\varepsilon_\beta, \tau_\beta$ по формулам (2) а также

$$\varepsilon_\alpha = a_1\varepsilon_\beta + a_2\tau_\beta + a_0T_\alpha + a_3M_\alpha + a_4 + C_1^*,$$

$$\tau_{\alpha} = a_6\tau_{\beta+} + a_7\tau_{\beta} - a_3T_{\alpha} + a_5M_{\alpha} + a_8 + C_2^*,$$

$$T_{\beta} = a_9\varepsilon_{\beta} + a_{11}\tau_{\beta} + a_{10}T_{\alpha} + a_{12}M_{\alpha} + a_{13} + C_3^*,$$

$$M_{\beta} = a_{14}\varepsilon_{\beta} + a_{16}\tau_{\beta} + a_{15}T_{\alpha} + a_{17}M_{\alpha} + a_{18} + C_4^*. \quad (15)$$

Примеры

расчета

Численное решение задачи [1] позволило реализовать данный метод и получить кривые изменения деформаций в условиях ползучести [14]. Рассматривалась цилиндрическая оболочка радиуса 100 см, выполненная из сплава Д16АТ, осесимметричная нагрузка составила 72т. Плотность материала 2,35г/см³, модуль Юнга 7.2кг/см², коэффициент Пуассона 0.3, предел прочности 420 кг/см². Решение задачи иллюстрирует рис.5. Полная деформация постоянна и равна $0.34 * 10^{-2}$, на рис.5 она изображена кривой 1. Распределение упруго-пластической деформации, полученной из точного решения, представлено кривой 2, а деформация ползучести кривой 3. Деформации $\varepsilon^{ep}(t)$ и $\varepsilon^c(t)$, полученные простым шаговым методом Эйлера, представляют кривые 2,3 соответственно. Решение, полученное с использованием модифицированного метода Эйлера-Коши с итерациями, отличаются от точного в четвертом знаке. Шаг выбирается автоматически из условия: относительное изменение решения на шаге не превышает δ , в приведенных задачах σ равнялось 5 процентам.

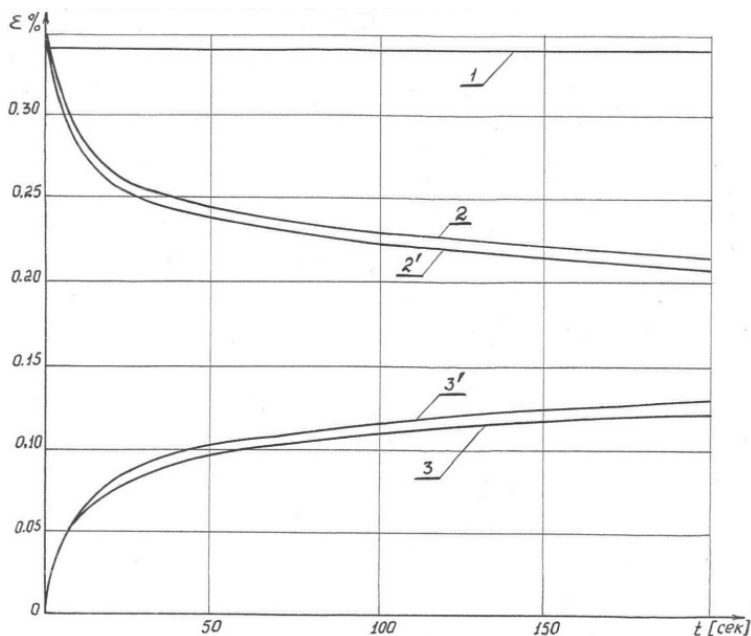


Рис. 5. Численное решение задачи

На рис.6 кривой 1 изображена релаксация напряжений со временем, полученная при помощи точного решения и модифицированного шагового метода, а кривой 1' - с использованием простого шагового метода, кривая 2 иллюстрирует релаксацию напряжений, полученную методом изохронных кривых.

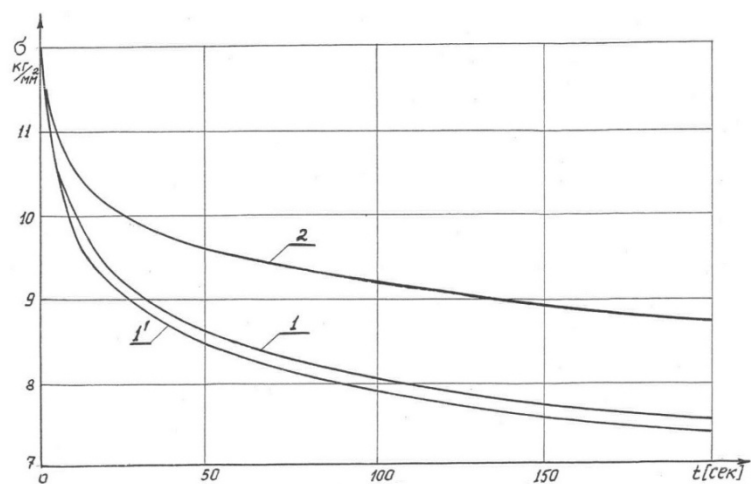


Рис. 6. Релаксация напряжений со временем

Выводы

Данный метод позволяет с достаточной степенью точности проводить расчет напряженно-деформированного состояния конструкций в условиях ползучести, это видно сравнения кривых, полученных точным и численным методом. Метод дает возможность определить нарастание деформаций с течением времени. Расчеты показывают, что ошибка определения напряжения и деформации составляет 2-3 процента, а ошибка нахождения времени около 10-20 процентов.

Библиографический список

1. Бахвалов И.С. Численные методы / И.С. Бахвалов – М.: МГУ им М.В. Ломоносова, 2008. – 636 с.
2. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем / А.С. Вольмир – М.: Наука, 1989.
3. Вольмир А.С. Устойчивость оболочек в условиях ползучести / А.С. Вольмир, Ю.В. Липовцев // ПМТФ – 1995. – №4.
4. Димитриенко Ю.И. Универсальные законы механики и электродинамики сплошных сред // Механика сплошной среды: учебное пособие в 4 т. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011. – т.2. – 559 с.
5. Димитриенко Ю.И. Нелинейная механика сплошной среды / Ю.И. Димитриенко – М.: Физматлит, 2009. – 624 с.
6. Димитриенко Ю.И. Разработка численного метода расчета эффективных упругих характеристик композиционных материалов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана, сер."Естественные науки". – 2008. – №2 – С.50–57.
7. Дубровин В.М., Бутина Т.А. Моделирование процесса ползучести конструкционных материалов // Инженерный журнал "Наука и инновации" МГТУ им. Н.Э. Баумана – 2013. – №9(21) – 18 с.
8. Жилин П.А. Актуальные проблемы механики / П.А. Жилин – СПб.: Институт проблем механики РАН, 2006 – 306 с.

9. Качанов Л.М. Теория ползучести / Л.М. Качанов – М.: Физматгиз, 1960 – 389 с.
10. Москвичев В.В. Лекции по механике разрушения / В.В. Москвичев – Новосибирск: Сибирский федеральный университет, 2007 – 90 с.
11. Муштари Х.М. Нелинейная теория упругих оболочек / Х.М. Муштари, Г.З. Галимов – Казань: Таткнигиздат, 1985.
12. Пачурин Г.В. Макросхемы высокотемпературной усталости и ползучести металлов и сплавов / Г.В. Пачурин, С.М. Шевченко, В.Н. Дубинский, О.В. Власов – НГТУ, 2006 – 131 с.
13. Сухинин С.Н. Прямые и обратные задачи механики упругих композитных пластин и оболочек вращения / С.Н. Сухинин, С.К. Глушко, Ю.В. Немировский – М.: Физматгиз, 2008 – 432 с.
14. Фролов К.В. Избранные труды т.2, Машиноведение и машиностроение / К.В. Фролов – М.: Наука, 2007 – 523 с.
15. Харлаб В.Д. Принципиальные вопросы линейной теории ползучести / В.Д. Харлаб – СПб.: СПбГАСУ, 2014 – 207 с.

Оригинальность 95%