

УДК 656.135.073

РАСЧЕТ МАРШРУТОВ ДЛЯ ГРУППЫ БЕСПИЛОТНЫХ АППАРАТОВ

Подшивалова К. С.

К.т.н., доцент

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства

Пенза, Россия

Подшивалов С.Ф.

К.т.н., доцент, преподаватель

Филиал военной академии материально-технического обеспечения (г. Пенза)

Пенза, Россия

Комолова Н.В.

Преподаватель

Филиал военной академии материально-технического обеспечения (г. Пенза)

Пенза, Россия

Павлова Ю.А.

Студентка

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства

Пенза, Россия

Дунаев С.В.

Студент

Филиал военной академии материально-технического обеспечения (г. Пенза)

Пенза, Россия

Аннотация. В статье представлено решение задачи комбинированной маршрутизации для группы беспилотных летательных аппаратов в динамической постановке при условии, что их число и количество пунктов посещения в процессе полета может изменяться. Для расчета оптимальных маршрутов на реперной сети с учетом особенностей полета беспилотников и

проектирования одной кольцевой схемы применен метод фиктивных узлов и ветвей. Ограничение числа реперов на маршруте производится блокировкой хорд с наибольшей оценкой.

Ключевые слова: маршрутизация с ограничениями, алгоритм, метод фиктивных узлов и ветвей, реперные вершины, беспилотные летательные аппараты.

CALCULATION OF ROUTES FOR THE GROUP OF UNMANNED VEHICLES

Podshivalova K. S.

Candidate of technical sciences, Associate Professor

Penza State University of Architecture and Construction

Penza, Russia

Podshivalov S.F.

Candidate of technical sciences, Associate Professor, Lecturer

Branch of the Military Academy of Logistics (Penza)

Penza, Russia

Komolova N.V.

Teacher

Branch of the Military Academy of Logistics (Penza)

Penza, Russia

Pavlova Yu.A.

Student

Penza State University of Architecture and Construction

Penza, Russia

Dunaev S.V.

Student

Branch of the Military Academy of Logistics (Penza)

Penza, Russia

Annotation. The article presents a solution to the combined routing problem for a group of unmanned aerial vehicles in a dynamic setting, provided that their number and the number of visiting points during the flight can change. To calculate the optimal routes on the reference network, taking into account the peculiarities of the flight of drones and designing one ring scheme, the method of fictitious nodes and branches is used. The number of benchmarks on the route is limited by blocking the chords with the highest rating.

Keywords: restricted routing, algorithm, method of fictitious nodes and branches, reference vertices, unmanned aerial vehicles.

В настоящее время предполагается, что беспилотные летательные аппараты (БЛА) с «искусственным интеллектом» будут выполнять задачи, которые сейчас решаются пилотируемыми машинами, космической навигационной системой и боевой авиацией. Для уменьшения времени полета и в случае поломки некоторых из них привлекаются несколько БЛА, что повышает надежность выполнения задания. Следует отметить, что ресурс беспилотника регулируется его техническими возможностями и полетным заданием.

В проведенном исследовании вводится ограничение на число реперов посещения, приходящихся на каждый аппарат. БЛА с «искусственным интеллектом» необходимо возвращать в пункт базирования, так как он обладает большой стоимостью. Следовательно, полет группы необходимо проектировать по замкнутым кольцевым схемам передвижения. Таким образом, требуется решить комбинированную задачу маршрутизации с учетом предыдущего посещения пунктов реперной сети поврежденными аппаратами с ограничением для БЛА, оставшимися в воздухе, числа точек облета. Исследуемая проблема относится, согласно [1, 2], к задаче оптимизации на графах о «странствующем

коммивояжере» с ограничением. Существуют точные и приближенные методы ее решения.

В основе приближенных методов лежит эвристический подход и методика агрегации и дезагрегации [3, 4, 5]. В [2] представлен обзор ряда исследовательских работ, основанных на метаэвристиках и двухфазных методиках на основе кластеризации, а затем последующей маршрутизации. Метод из трех этапов предложен в [6]. Третья группа исследователей предлагает алгоритмы уточнения приближенного маршрута [7] путем обмена пунктами между несколькими маршрутами.

К точным методам проектирования относятся: методика фиктивных ветвей и узлов (ФУВ), алгоритм ветвей и границ (ВиГ) [8], а также методы динамического и целочисленного программирования. Следует отметить, что предложенные методики рассматривают подход, когда реперная сеть не изменяется по мере передвижения «коммивояжеров». В [2, 6, 7, 8, 9, 10] применяется основополагающая гипотеза задачи коммивояжера – вершины графа посещаются только один раз. На практике часто оптимальный маршрут получается при неоднократном их посещении, так как имеются ограничения транспортной сети.

Следовательно, для нескольких летательных аппаратов, нужно усовершенствовать модель и методику определения их схемы передвижения, а также одновременно решить задачу кластеризации в динамической постановке с учетом предъявляемых ограничений.

Предложена комбинированная схема передвижения [5], когда маршруты проходят один раз по вершинам графа в количестве равном числу БЛА. После вылета один или несколько аппаратов повредились. Поэтому для выполнения поставленной задачи необходимо невыполненную часть полетного задания распределить на другие аппараты, находящиеся в воздухе. Пункты, с которых необходимо проектировать новые маршруты, устанавливаются специальным

Дневник науки | www.dnevniknauki.ru | СМН ЭЛ № ФС 77-68405 ISSN 2541-8327

расчетом и в данном исследовании не рассматриваются. В качестве контрольного пункта может быть выбрана существующая вершина, к которой движется БЛА или дополнительная фиктивная вершина при большом времени полета до следующего репера. В предлагаемой работе использован первый способ.

Усовершенствованную постановку задачи о комбинированной схеме передвижения нескольких БЛА представим в виде:

$$\sum_{K=1}^N l_{BK}^{OP} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n l_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, n; \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, n; \quad (3)$$

$$u_i - u_j + (n-1) \cdot x_{ij} \leq n-2, \quad i = 2, n; \quad j = 2, n; \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, u_i \geq 0; \quad (5)$$

$$N = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_m \cdot b_\omega = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{\omega} a_i \cdot b_j; \quad (6)$$

$$K = b_1 + b_2 + \dots + b_\omega = \sum_{j=1}^{\omega} b_j; \quad i = 1, m; \quad j = 2, \omega; \quad (7)$$

где l_{ij} – длина хорды графа из пункта i в вершину j ;

a_m – число вершин в кольцевом маршруте;

b_ω – количество маршрутов с равным числом вершин a_m в них.

Формулы (1) – (5) соответствуют задаче коммивояжера. Тогда проблема маршрутизации БЛА сводится к проектированию только кольцевой схемы передвижения. При этом, если $x_{ij} = 1$, то хорда включается в маршрут. Ограничения на число кольцевых маршрутов сформулированы в формуле (6), а на число пунктов в них в выражении (7). Учет ограничения на длину всех

ориентированных хорд от базы до контрольных пунктов в N маршрутах учитывается первым слагаемым в выражении (1).

Предлагаемая постановка задача является NP - трудной. В данной работе для решения проблемы используется метод фиктивных узлов и ветвей (ФУВ) [5], с помощью которого можно создать одно фиктивное кольцо, проходящее через все маршруты БЛА, и посещать вершины графа несколько раз. Следует заметить, что в отличие от [11] применение одного кольца дает возможность поиска решения в глубину при использовании незамкнутых схем передвижения.

Алгоритм проектирования маршрутов полета можно представить в следующем виде.

1. Создаем фиктивные пункты в базе.
2. Исключаем посещенные точки сети.
3. Устанавливаем контрольные пункты изменения маршрута.
4. Вводим ветви, выходящие из базы.
5. Используем стандартную методику ВиГ для определения максимальной оценки в фиктивной матрице.
6. Исключаем хорду $i-j$ с наибольшей оценкой.
7. Если выполняется выражение (7), то используем ее в маршруте и получаем новую матрицу меньшего размера B_i .
8. Проектируем фиктивные реперные матрицы Φ_i , Φ_j по методу [5].
9. Блокируем ветви против заикливания в матрицах Φ_i , Φ_j и B_i .
10. Выполняем операции приведения и оценки в матрицах Φ_i , Φ_j и B_i .
11. Переходим к этапу 2.
12. Если условие (7) не выполняется, то блокируем ячейку на пересечении строки i и столбца j с наибольшей оценкой.
13. Переходим к этапу 1.

ЭЛЕКТРОННЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ «ДНЕВНИК НАУКИ»

14. Если все ячейки заблокированы, то необходимо вернуться назад в матрицу на один размер больше и вычеркнуть в ней ячейку с наибольшей оценкой.

15. Переходим к этапу 1.

16. Расчет прекращается при размере матрицы 2x2.

Численный пример. Заданный полетный граф состоит из десяти вершин, значения которых представлены в таблице 1. База находится в вершине 10. Вначале проектное задание выполнялось тремя БЛА, которые перемещаются по трем кольцевым маршрутам: 10-4-8-10, 10-9-7- 2-3-10 и 10-6-5-1-10. В полете второй аппарат после посещения точки №9 повредился. Требуется проектные пункты со второго аппарата перераспределить на первый и третий аппараты, чтобы в каждой схеме передвижения было по четыре вершины.

Таблица 1 – Исходная матрица расстояний

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10Б
1			40	82	70	80	20	50	10	10
2			50		60		20	60	78	80
3	40	50		70		40	30	50	80	40
4	82		70		60	70	70	10		50
5	70	60		60		30	20	50	92	50
6	80		40	70	30		70	60	99	30
7	20	20	30	70	20	70		40	10	120
8	50	60	50	10	50	60	40		90	20
9	100	78	80		92	99	10	90		50
10Б	10	80	40	50	50	30	120	20	50	

Выполняем первый этап и проектируем фиктивный граф. Используем одну фиктивную базу 10Ф. Вычеркиваем пункт № 9. Реперы № 4 и № 6 назначаем контрольными точками. Хорды 10Б-4 и 10Ф-6 выполняем направленными от пункта вылета. Фиктивная матрица показана в таблице 2.

ЭЛЕКТРОННЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ «ДНЕВНИК НАУКИ»

Таблица 2 – Исходная матрица расстояний

	1	2	3	4	5	6	7	8	10Б	10Ф
1			40	82	70	80	20	50	10	10
2			50		60		20	60	80	80
3	40	50		70		40	30	50	40	40
4	82		70		60	70	70	10		
5	70	60		60		30	20	50	50	50
6	80		40	70	30		70	60		
7	20	20	30	70	20	70		40	120	120
8	50	60	50	10	50	60	40		20	20
10Б				50						
10Ф						30				

Переходим ко второму этапу. Результаты представлены в таблице 3.

Таблица 3 – Оценочная матрица

	1	2	3	4	5	6	7	8	10Б	10Ф
1			20	72	60	70	10	40	0	0
2			20		40		0	40	60	60
3	10	20		40		10	0	20	10	10
4	72		50		50	60	60	0		
5	50	40		40		10	0	30	30	30
6	50		0	40	0		40	20		
7	0	0	0	50	0	50		20	100	100
8	40	50	30	0	40	50	30		10	10
10Б				∞ 0						
10Ф						∞ 0				

В таблице 3 максимальные оценки получают хорды 10Б – 4 и 10Ф – 6. Число вершин в цепи каждого маршрута равно единице. Выражение (7) выполняется. Хорды включаем в схему передвижения и вычеркиваем из таблицы 3. В таблице 4 показана матрица B_1 , в которой вычеркиваем ветвь 4-8

ЭЛЕКТРОННЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ «ДНЕВНИК НАУКИ»

с максимальной оценкой 70 и получаем таблицу 5. Выражение (7) выполняется. Ветвь 4-8 включаем в цепь.

Таблица 4 – Оценочная матрица

	1	2	3	5	7	8	10Б	10Ф
1			20	60	10	40	0 0	0 0
2			20	40	20 0	40	60	60
3	10	20			10 0	20	10	10
4	72		50	50	60	70 0		
5	50	40			30 0	30	30	30
6	50		0 0	0 0	40	20		
7	10 0	20 0	0 0	0 0		20	100	100
8	30	40	20	30	20		0 0	0 0

Запрещаем посещение клетки 8-4 в таблице 5. Покажем, в качестве примера, вычеркивание оптимального варианта сочетания ветвей. Проведенные расчеты показали, что на рассматриваемом этапе ввод фиктивных вершин в узлы 8 или 4 не приводит к оптимальному решению. Из таблицы 5 в маршрут включаем ветвь 5-7 с наибольшей оценкой 30, так как ограничение (7) выполняется. Начиная с этапа шесть, проектируем фиктивную матрицу по [6] из таблицы 6. Для этого используем фиктивный узел 7Ф. Итог вычислений представлен в таблице 7.

Таблица 5 – Оценочная матрица

	1	2	3	5	7	10Б	10Ф
1			20	60	10	0 0	0 0
2			20	40	20 0	60	60
3	10	20			10 0	10	10

ЭЛЕКТРОННЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ «ДНЕВНИК НАУКИ»

5	50	40			30 0	30	30
6	50		0 0	0 0	40		
7	10 0	20 0	0 0	0 0		100	100
8	30	40	20	30	20	∞	20 0

Таблица 6 – Оценочная матрица

	1	2	3	5	10Б	10Ф
1			20	60	0	0
2			20	40	60	60
3	10	20			10	10
6	50		0 0	0 0		
7	10 0	20 0	0 0	∞	100	100
8	30	40	20	30		20 0

Таблица 7 – Фиктивная оценочная матрица

	1	2	3	5	10Б	10Ф	7Ф
1			20	60	0	0	10
2			20	40	60	60	20 0
3	10	20			10	10	10 0
6	50		0 0	0 0			
7	0 0	0 0	0 0	∞	100	100	
8	30	40	20	30		20 0	20
7Ф	0 0	0 0	0 0	0 0	100	100	

ЭЛЕКТРОННЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ «ДНЕВНИК НАУКИ»

В таблице 7 запрещаем посещение ячейки 7-5. Максимальные оценки в матрице 7 получают хорды 2-7Ф и 8-10Ф. Дугу 8-10Ф использовать в маршруте нельзя, потому что условие (7) не будет выполняться. Следовательно, нужно использовать для комплектования маршрута хорду 2-7Ф. Вычеркиваем ее из матрицы 7. В таблице 8 запрещаем посещение хорды 7Ф-2. В матрице 8 максимальная оценка принадлежит дуге 8-10Ф. Ставим в матрице 9 знак бесконечность в этой клетке. Данная методика является противоположной методу ветвей и границ. Имеются две ветви 7-2 и 8-3 с наибольшей оценкой 10. Дальнейшие расчеты выполняются аналогично.

Таблица 8 – Оценочная матрица

	1	2	3	5	10Б	10Ф
1			20	60	0	0
3	0	10			0	0
6	50		0	0		
7	0	10	0		100	100
8	30	40	20	30		20
7Ф	0	∞	0	0	100	100

Получаем маршрут 10Б-4-8-3-1-10Ф-6-5-7-2-7Ф-10Б с двумя цепями общей протяженностью 340 км.

Таким образом, усовершенствовано математическое описание постановки задачи при полете с базы группы беспилотных летательных аппаратов. Решена проблема одновременного расчета задачи маршрутизации и кластеризации. Усовершенствован метод фиктивных узлов и ветвей для расчета кольцевых схем перемещения группы БЛА с ограничением по количеству вершин посещения и приоритетом начала движения по контрольным вершинам.

Библиографический список:

1. *Гимади Э. Х.* О задаче нескольких коммивояжеров с ограничениями на пропускные способности ребер графа / Э. Х. Гимади, А. М. Истомина, И. А. Рыков // Дискретный анализ и исследование операций. – 2013. – Том 20. – № 5. – С. 13–30.
2. *Пожидаев М.С.* Алгоритмы решения задачи маршрутизации транспорта. / М.С. Пожидаев // Дис. канд. техн. наук. – 2010. – Томск. – С. 137.
3. *Подшивалова К.С.* Проектирование рациональной схемы движения грузопотоков в интегрированной системе доставки грузов / К.С. Подшивалова, С.Ф. Подшивалов, Ю.В. Родионов // Автотранспортное предприятие. – Орел. – 2013. – №3. – С. 51-56.
4. *Подшивалова К. С.* Временной критерий агрегации в кластерной транспортной задаче доставки грузов / К. С. Подшивалова, С. Ф. Подшивалов. // Экономика и математические методы. – 2017. – Т. 53, вып. 2. – С. 134–142.
5. *Подшивалов С. Ф.* Оптимизация маршрутов перевозок военных грузов. / С. Ф. Подшивалов, К. С. Подшивалова // Монография. Филиал ВА МТО, Пенз. арт. инж. ин-т. – Пенза. – 2018. – 146 с.
6. *Подлипьян П. Е.* Многофазный алгоритм решения задачи планирования полета группы беспилотных летательных аппаратов / П. Е. Подлипьян, Н. А. Максимов // Электронный журнал «Труды МАИ». – 2011. – № 43, www.mai.ru/science/trudy
7. *Thompson P. M.* Cyclic transfers algorithms for the multivehicle routing and scheduling problems / P. M. Thompson, H. N. Psaraftis // Operations Research. – 1993. – Т.41. – № 5. – P. 935-946.
8. *Littl J. D. C.* An algorithm for the traveling salesman problem. / J. D. C. Littl, K. G. Murty, D. Sweeney, C. Karel // Operations Research. – 1963. – Vol.11. – P. 972–989.

ЭЛЕКТРОННЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ «ДНЕВНИК НАУКИ»

9. *Козлов М.В.* Решение задачи коммивояжера методом целочисленного линейного программирования с последовательным исключением подциклов: описание и алгоритмическая реализация / М.В. Козлов, Ф.В. Костюк, С.В. Сорокин, А.В. Тюленев // *Advanced Science*. –2012.– №2. С. 124-141.
10. *Козлов М.В.* Решение задачи коммивояжера методом целочисленного линейного программирования с последовательным исключением подциклов: описание и алгоритмическая реализация. / М. В. Козлов, Ф. В. Костюк, С. В. Сорокин, А. В. Тюленев// *Advanced Science*. –2012.– №2. С. 142-159.
11. *Моисеев Д. В.* Маршрутизация полета легкого беспилотного летательного аппарата в поле постоянного ветра на основе решения разновидностей задачи коммивояжера/ Д. В. Моисеев, В. М. Чинь, Л. А. Мозолев, С.Г. Моисеева, С. К. Фам // *Электронный журнал «Труды МАИ»*. –2015.– № 79, <http://www.mai.ru/science/trudy>.
12. *Родионов Ю. В.* Маршрутизация маятниковых и кольцевых маршрутов между несколькими базами снабжения. / Ю. В. Родионов, К. С. Подшивалова, С. Ф. Подшивалов // *Вестн. Таджик. Техн. Ун-та*. – 2012. – № 1 (17). – С. 79–83.

Оригинальность 90%